

Antwoorden en uitwerkingen Het Ei van Columbus uitgave juni 2018

Verdubbeldatum

Er zijn 366 verdubbeldatums. Logisch, want voor elke dag in het jaar bestaat er precies één verdubbeldatum.

Te gekke breuken

Omdat er 9 verschillende letters worden gebruikt, heb je ook 9 verschillende cijfers nodig. De 0 heb je niet nodig, getuige: VIND = 6729, BREUK = 13458

Zakjes met 2-euromunten

De grootste gemene deler van de drie getallen is 9, dus weegt elke munt 9 g. Er zaten dus 65, 53 en 37 munten van 9 gram in de zakjes. Dat is in totaal $155 \times 2 = 310$ euro waard.

Van doodelen naar de stelling van Euler

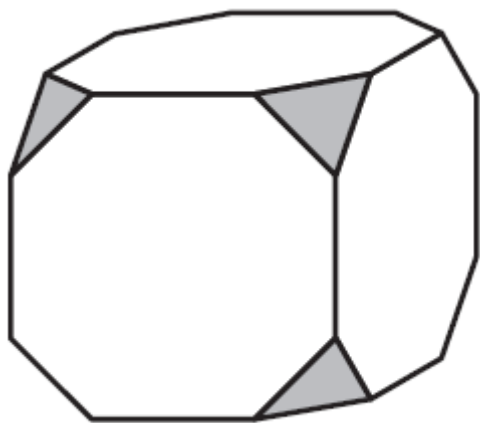
Als je goed in de tabel kijkt zie je eenvoudig dat het aantal punten en het aantal vlakken samen precies evenveel is als het aantal zijden en het aantal groepen. In formule: $P + V = Z + G$.

Getallenpuzzel

Als je een getal van twee cijfers deelt door een getal van twee cijfers en de uitkomst is geheel, dan is het eerste getal deelbaar door het tweede. Dat kan hier duidelijk niet, dus vormen we een getal van drie cijfers en proberen dat te delen door het getal dat bestaat uit het overgebleven cijfer. Het lukt alleen bij $546 : 7 = 78$, $567 : 4 = 141,75$ en $756 : 4 = 189$, dus de grootste uitkomst is 189.

Afgezaagde kubus

Een kubus heeft 8 hoekpunten. Elk hoekpunt wordt afgezaagd zo dat er drie hoekpunten ontstaan, 3 extra ribben (zijden) en één extra vlak. Dus heeft de nieuwe figuur $8 \times 3 = 24$ hoekpunten, $12 + 3 \times 8 = 36$ ribben en $6 + 8 = 14$ vlakken.



Cijfers zoeken

Te beginnen bij de honderdtallen heeft er gestaan 1 en 3 of 1 en 2, dus in ieder geval een 1. De eenheden tellen samen op tot 9, dus dat kan dan zijn geweest: 2 en 7 of 3 en 6. We proberen 2 en 7. De cijfers die nog overblijven zijn 5, 6 en 8. Daarmee is de optelling niet kloppend te maken. Dus is het 3 en 6 bij de eenheden en blijven de cijfers 5, 7 en 8 over voor de tientallen. Een uitkomst is dan $173 + 286 = 459$, met op het vraagteken in ieder geval een 5, want er zijn natuurlijk vele oplossingen.

De club van tweeën en drieën

Dat kan maximaal zo'n 20 keer in een mensenleven. De leeftijden zijn: 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 27, 32, 36, 48, 54, 64, 72, 81, 96 en 108 (als je het haalt)

De kikker en de vlo

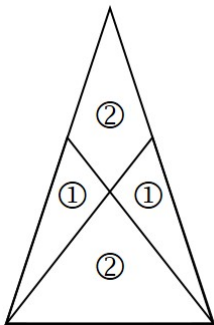
De kikker gaat met $2 \times 20 \text{ cm} = 40 \text{ cm}$ tegelijk vooruit. De vlo heeft weliswaar een voorsprong maar vordert per keer maar $3 \times 10 = 30 \text{ cm}$. De kikker loopt dan 10 cm in. De voorsprong van 3 m is dus na 30 stappen verdampt, zodat de kikker de vlo te grazen neemt op 12 m ($= 30 \times 40 = 30 \times 30 + 300$) na de 'start'.

Deel drie keer door 7

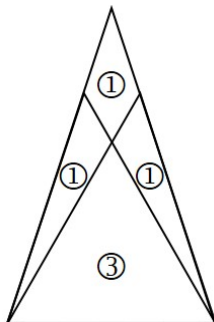
Met welk getal je ook begint (er zijn 6 mogelijkheden, namelijk: 1234, 2345, ..., 6789), je vindt als uitkomst altijd hetzelfde getal, namelijk 3087, en dat is $7 \times 7 \times 7 \times 9$.

Gelijkbenige driehoek

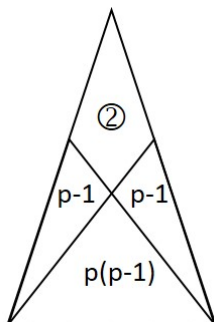
Wanneer de punten op de benen precies halverwege ($p=2$) liggen is de verhouding van de oppervlakten van de vier delen als volgt:



Liggen de punten op tweederde van de hoogte ($p=3$), dan wordt het plaatje:



In het algemeen, waarbij p aangeeft in hoeveel gelijke delen je de benen deelt en je dan het bovenste punt kiest:

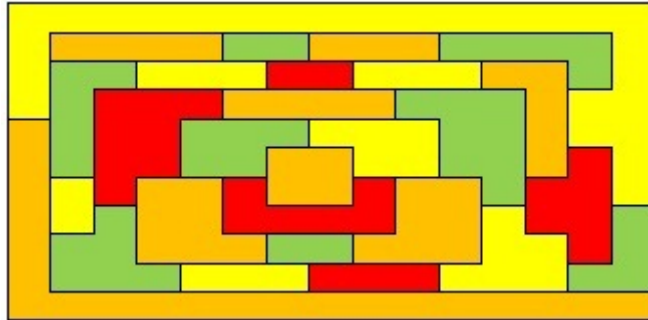


Machientje

in	in	uit
3	5	$23 = 3 \times 5 + 3 + 5$
4	2	$14 = 4 \times 2 + 4 + 2$
5	3	$23 = 5 \times 3 + 5 + 3$
2	5	$17 = 2 \times 5 + 2 + 5$

$$\begin{array}{rcl} 3 & 4 & 19 = 3 \times 4 + 3 + 4 \\ 5 & 4 & 29 = 5 \times 4 + 5 + 4 \end{array}$$

Vierkleurenprobleem



Zit de muis in de kelder?

Nee, de muis zit niet in de kelder.

De kat is in de kelder en de muis in de kamer.

Munten

190 cent kan niet, want $5 \times 5 + 8 \times 20 = 185$. Door een munt van 20 meer en dus een van 5 minder te nemen wordt het totaalbedrag 15 cent hoger, ofwel 200 cent.

Geheime getallen

Ik probeer eerst eens wat, zeg boven 8. Dan is rechtsonder ook 8 en linksonder 25. Nu is $8 + 25 = 33$, dat is 10 teveel! Dus halen we aan beide kanten 5 weg. Dan wordt het boven 3, rechtsonder 13 en linksonder 20, waarmee de buitenkant netjes klopt. De binnenkant is nu simpel, daar kan alleen maar 32 hebben gestaan.

Op zelfde dag jarig

Als er op elke dag maximaal 2 leerlingen jarig zouden zijn, dan kun je maximaal $366 \text{ (aantal dagen in een jaar)} \times 2 \text{ (leerlingen)} = 732$ leerlingen op die school hebben.

Er zijn er echter 735, dus moet er wel een dag tussen zitten waarbij er minstens drie leerlingen jarig zijn.

Denk na en vul in

De eerste twee uitkomsten zijn altijd samen 2×37 , want wat je de ene keer bij 37 optelt, trek je de andere keer er weer vanaf. De totale uitkomst $999 = 27 \times 37$, dus moet in het hokje 25 staan.

De berekening ziet er dus zo uit:

$$\begin{array}{rcl} 37 & + & 25 & = & 62 \\ 37 & - & 25 & = & 12 \\ 37 & \times & 25 & = & 925 & + \\ & & & & 999 \end{array}$$

Kinderschare

Hoe oud is Gerrit nu? 'Over een jaar samen 18', dan nu samen 16 en Gerrit drie keer zo oud, dus Gerrit is 12 en Sara 4. Over 4 jaar is Gerrit 16 en Sara 8.

Remweg

108 is $\frac{3}{4}$ deel van 144, $144 = 12 \times 12$, $12 \times 10 = 120$, dus was de snelheid 120 km/u.

Delers

De getallen onder de 100 met precies acht delers zijn: 30, 42, 66, 70 en 78.

De krant openslaan

Op de voorzijde van het eerste blad staan de nummers 1 en 48, op de achterzijde 2 en 47. Dat is bij elkaar opgeteld 98. Het volgende blad bevat de nummers 3, 4 en 45, 46, dat is samen ook 98. Voor elk blad geldt dat de vier nummers bij elkaar opgeteld 98 opleveren.

Som-product en verschil-product

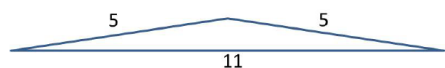
7 en 11; 4 en 22.

Toervierkant

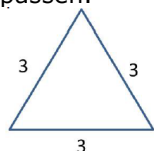
32	4	6	26
10	22	20	16
18	14	12	24
8	28	30	2

Driehoek in een driehoek

Dat klopt wat Kees zegt is duidelijk, maar ook Piet spreekt de waarheid. Stel je voor dat Jan een driehoek als deze tekent:



Dan is een gelijkzijdige driehoek met zijde 3 op geen enkele manier in de driehoek van Jan te passen.



Wie wint de hoofdprijs?

Eén zat er 13 naast en één 16.

Die twee gekozen getallen verschillen dus 3 of 29.

Het grootste verschil tussen de getallen is $44 - 17 = 27$.

Het verschil 29 komt dus niet voor.

Blijft de eerste mogelijkheid over en dat komt alleen voor bij 41 en 44.

44 zat er dan 16 naast en 41 zat er 13 naast.

$44 - 16 = 28$.

Even kijken of alle andere getallen dan kloppen:

$17 + 11 = 28$

$23 + 5 = 28$

$36 - 8 = 28$

$41 - 13 = 28$

$44 - 16 = 28$

Ja, het klopt allemaal. Dus het gekozen getal was 28.

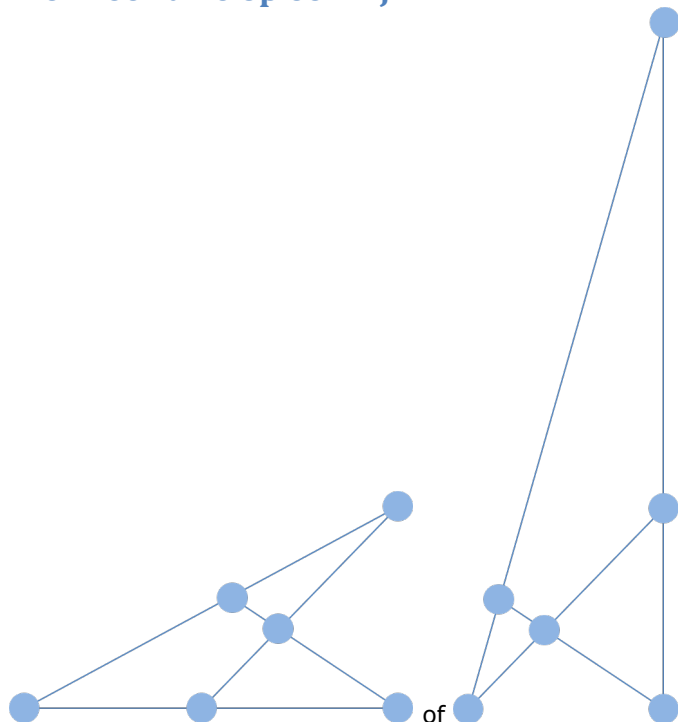
Brian zat er 5 naast en krijgt de hoofdprijs.

Wie hoort er bij de club?

Door de regel herhaald toe te passen vind je dat de volgende getallen bij de club horen: 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 32, 36, 48, 54, 64, 72 en 96.

Het kleinste getal in V groter dan 100 is $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 108$.

Vier keer drie op een rij



Jarig

De zes keren dat onze *beide* leeftijden priemgetallen waren, zijn: 7 en 37, 11 en 41, 13 en 43, 17 en 47, 23 en 53, 29 en 59. De 7 keer dat het opnieuw zo is zijn: 31 en 61, 37 en 67, 41 en 71, 43 en 73, 53 en 83, 59 en 89, 67 en 97.

Was ik één jaar jonger was geweest bij haar geboorte, dan hadden we zo'n priemparen-feestje maar één keer kunnen vieren, namelijk bij 2 en 31. Alle andere keren is of mijn leeftijd of die van mijn dochter een even getal!

Voetbalkampioen

Omdat het doelsaldo van FCKnudde 3 – 0 is, kan de reeks van 6 uitslagen van FCKnudde op de volgorde na alleen maar 1-0, 2-0, 0-0, 0-0, 0-0, 0-0 zijn. Het eindschema kan er dan bijvoorbeeld zo uitzien:

Stand								
plaats	team	gespeeld	gewonnen	gelijk	verloren	punten	doelsaldo	
1	FCKnudde	6	2	4	0	10	3	0
2	Velendam	6	2	3	1	9	11	7
3	Eindhopen	6	1	3	2	6	12	8
4	RBD	6	1	2	3	5	5	16

Dozen

6 klein + 2 groot = 6 klein + 4 middel, dus 1 groot = 2 middel

2 groot + 6 klein = 18 , dus 1 groot + 3 klein = 9

3 middel = 9, dus middel = 3, 4 middel = 12, dus 6 klein = 6, klein = 1, groot = 6

Zoek de moordenaar

Als je elk getal eerst verdubbelt en er daarna 3 afhaalt, vind je de getallen achter de pijlen. Dus bij 15 komt er $30 - 3 = 27$.

Cijfers schrappen

Het schrappen van de laagste cijfers levert niet automatisch het grootste getal op.

Je wilt een 9 voorop.

Dat kan door de 6 te schrappen.

Dan wil je graag nog een 9, maar die is er niet.

Dan maar een 8: die staat er al.

Na de 8 liefst nog een 8.

En dat kan door de volgende twee cijfers te schrappen.

Het resultaat is 9 865 413.

Letters schrappen

Doe het heel letterlijk en schrap 'negen letters' en ontdek dat 'een enkel woord' overblijft:

ENEENGELNLEKTELWTOEORRSD

E EN EN K ELW O OR D

Gemiddelde leeftijd

Groep 8 telt 27 leerlingen met een gemiddelde leeftijd van 11 jaar, dus samen zijn ze $27 \times 11 = 297$ jaar. Tellen we daar de leeftijd van de meester bij op dan wordt het totaal $28 \times 12 = 336$, dus meester Jelle is $336 - 297 = 39$ jaar oud.

Hoeveel meer

$30 = (3 + 2) \times 6$; $(3 - 2) \times 6 = 6$, dus 6 meer.

Voegen

Bij tegels van 30×60 cm heb je 43×3 m = 129 m voeglengte.

100 zilverstukken te besteden

Eén koe, één varken en 98 kippen kosten samen $15 + 1 + 24,50 = 40,50$, dan houdt ie nog 59,50 over. Er zijn nog vele andere mogelijkheden! Er is er ook één die precies 100 zilverstukken kost, namelijk: 3 koeien, 41 varkens en 56 kippen.

Lampen aan

Met elke knop bedien je drie lampen tegelijkertijd, dus elke lamp gaat aan als de bijbehorende knop wordt ingedrukt, uit als de knop ernaast wordt ingedrukt en weer aan als de knop daarnaast wordt ingedrukt. Met andere woorden: als je iedere knop precies één keer indrukt, gaan alle lampen 'aan-uit-aan' en zijn ze dus na afloop allemaal aan. Het minimale aantal is dus 7.

Drie getallen

Stel je de getallenlijn voor zoals in onderstaand plaatje: alle drievouden zijn blauw, de opvolgers daarvan zijn rood en de opvolgers daar weer van zijn wit. Je ziet nu eenvoudig dat welk stukje getallenlijn van 3 je ook neemt er altijd de drie kleuren rood, wit en blauw in zijn te vinden.



Als je drie getallen (groter dan 3) opschrijft met steeds 10 ertussen, zoals bijvoorbeeld 13, 23 en 33, dan zijn die getallen nooit alle drie priem!

Als je op een willekeurige plek op deze getallenlijn begint dan is de kleur van het vakje dat 10 verderop staat hetzelfde als de kleur van het volgende vakje, bijvoorbeeld na het witte vakje 2 volgt een blauw vakje 3, maar ook $2 + 10 = 12$ is een blauw vakje. Dus geldt hier hetzelfde als boven dat de drie getallen met 10 ertussen alle drie de kleuren hebben, dus is er precies één een drievoud (blauw). Een drievoud groter dan 3 is niet priem. Ze zijn dus nooit alle drie priem.

Het goede doel

Je verwachtte wellicht een vraag over euro's, maar dank zij een bijzonder verband tussen de getallen, kun je uitvinden precies hoeveel kinderen er in groep 7 en 8 samen zitten. Misschien is het je opgevallen dat als een derde van de groep 8 leerlingen 1,50 geeft, dat gemiddeld 50 cent is per leerling. En dat in groep 7 de helft van de kinderen 1 euro geeft, leidt ook tot een gemiddelde van 50 cent per leerling. Dus ALLE leerlingen van groep 7 en 8 samen geven gemiddeld 50 cent. Maar dan moeten er 400 kinderen in de groepen 7 en 8 zitten, willen ze samen 200 euro inzamelen.

De scooter en de motorfiets

De scooter heeft een snelheid die de helft is van de snelheid van de motor. De scooter zal er dan ook twee keer zo lang over doen. De twee uur die de scooter er langer over doet is dus de helft van z'n totale tijd. De scooter rijdt 4 uur en de motor 2 uur. Ze leggen beide een afstand af van 160 km.

Het volgende getal in de rij

Er is een soort regelmaat te ontdekken in het eerste rijtje, namelijk $x \cdot 2$ en dan $+ 3$, dus de volgende term is $26 + 3 = 29$

In het tweede rijtje zijn de beide bewerkingen van hierboven achter elkaar toegepast, dus volgende term is $61 \cdot 2 + 3 = 125$

en in het laatste rijtje is elke term het dubbele van de vorige plus de vorige van de vorige.

$5 = 2 \cdot 2 + 1$; $12 = 2 \cdot 5 + 2$; $29 = 2 \cdot 12 + 5$; $70 = 2 \cdot 29 + 12$, dus komt nu $2 \cdot 70 + 29 = 169$

Goochelen met twee dobbelstenen

Je haalt 25 af van het getal dat genoemd wordt, dus in het voorbeeld $68 - 25 = 43$, en weet dan dat er een 4 en een 3 is gegooid.

Hoe werkt het? Nou stel je voor dat je een aantal knikkers gelijk aan het aantal ogen dat gegooid is in een zakje doet. Dan zet je nog zo'n zakje en 5 losse knikkers ernaast. Als je dit aantal met vijf vermenigvuldigt, krijg je dus 10 zakjes en 25 losse knikkers. Door er nu eerst 25 af te halen en daarna pas het aantal knikkers van de andere worp erbij te doen, zie dat de tientallen van de uitkomst de eerste worp voorstelt en de eenheden van de uitkomst de tweede worp voorstelt.

Vier getallen

$13 + 83 - 24 = 72$; welke de afzonderlijke 4 getallen zijn weet je niet, alleen hun sommen.

Wat kost water?

€ 0,66 /m³ tot 300 m³

€ 0,49 /m³ vanaf 300 m³

vastrecht € 74,67 /jaar

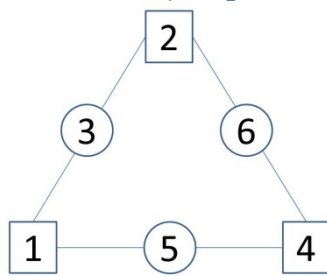
verbruik gezin 1: ± 100 m³/jaar

$100 \text{ m}^3 = 100.000 \text{ dm}^3 = 100.000$ liter kost $0,66 \times 100 = 66$ euro, maar je moet ook het vastrecht á 74,67 betalen dus in totaal ben je 140,67 kwijt.

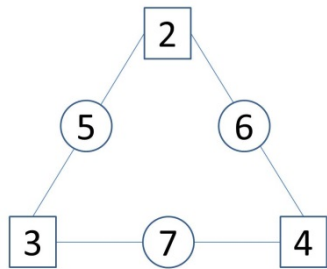
Verbruik gezin 2: ± 350 m³/jaar

De eerste 300 m³ water kost $300 \times 0,66 = 198$ euro, de volgende 50 m³ kost $50 \times 0,49 = 24,50$, daar komt nog 74,67 bij, dus totaal $198 + 24,50 + 74,67 = 297,17$.

Een moeilijke puzzel



Er is nog één andere puzzel mogelijk waarbij de zes getallen opeenvolgend zijn:



Getallen gezocht

Het getal in de tweede kolom vind je door het getal uit de eerste kolom met één te verminderen en dan te vermenigvuldigen met het getal uit de eerste kolom. Immers $42 = 6 \times 7$, $110 = 10 \times 11$, $380 = 19 \times 20$, dus komt er $5 \times 4 = 20$ en $34 \times 33 = 1122$.

Lettersom

Er komen 9 verschillende letters voor in de eerste twee getallen. Een goede gok is 123456789, maar dan eerst achterstevoren omdat het tweede getal kleiner moet zijn dan het eerste. Ik probeer dus $987654321 - 123456789 = 864197532$. Opmerkelijk: ook de uitkomst bevat alle cijfers uitgezonderd 0. Nu nog vermenigvuldigen met H, dus met 2. Uitkomst: 1728395064 een pandigitaal getal (dat is een getal alle tien cijfers bevat). En daarmee is de puzzel opgelost!

Mooie getallen

Als je 6 vermenigvuldigt met 6 dan eindigt de uitkomst ook op 6, dus hoe vaak je de uitkomst nog met 6 vermenigvuldigt, het eindcijfer blijft 6. Door van dat getal 31 af te trekken blijft een getal over dat op 5 eindigt, dus deelbaar is door 5.

Ruim 7 miljard

$7,2 \text{ miljard} \times 0,5 \text{ m}^2 = 3,6 \text{ miljard m}^2$.

Dat is 3.600 miljoen m^2 .

$3.600 = 60 \times 60$, dus 3.600 miljoen = 60 duizend $\times$ 60 duizend.

Een zijde van het vierkant is dus 60.000 meter.

Dat is 60 kilometer in het vierkant.

Dat past gemakkelijk in de provincie Gelderland (zelfs ruim 85 keer!)

De rekenmachine

Wie in de uitkomst op het scherm het getal $2\frac{1}{7}$ ontdekt, ziet dat dat de uitkomst is van $15 : 7$. Nu is $15 \times 7 = 105$ veel te klein. Maar $30 : 14$ heeft natuurlijk dezelfde uitkomst als $15 : 7$ en nu is $30 \times 14 = 420$ ongeveer 500 (beetje ruim geschat).

Omdat $221 = 17 \times 13$ en $17 : 13 = 1,307692308$ zijn dat de gezochte getallen.

De goochelaar

Een goochelaar had ook geen moeite met de vorige puzzel, want hij was heel handig met drievouden. Hij deed namelijk in doosje A de getallen 3, 6, 9, 12, 15, enz. dus de drievouden, in doosje B alle voorgangers van de getallen uit A: 2, 5, 8, 11, 14 enz. en in doosje C alle voorgangers van de getallen uit doosje B, dus 1, 4, 7, 10, 13 enz.

Als nu iemand een getal pakt uit doosje A en een tweede getal uit doosje B dan is de som van die getallen een drievoud plus 2. Neem je een getal uit A en het tweede getal uit C dan is de som een

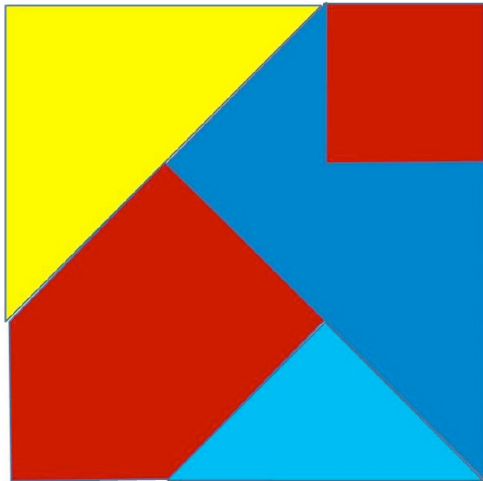
drievoud plus 1. Ten slotte levert een getal uit B plus een getal uit C steeds een drievoud (plus 0) op. Zo kan de goochelaar dus op een eenvoudige manier bij elke uitkomst die hij krijgt het derde doosje bepalen: is de uitkomst een drievoud dan is er geen getal afkomstig uit A, is de uitkomst een drievoud plus 1, dan is het derde doosje B en is de uitkomst een drievoud plus 2 dan is het derde doosje C.

Evenwichten

♥ = 4, ● = 7, ♣ = 5

★ = 8, ♠ = 6, ♦ = 5

Vierkant + vierkant = vierkant



Loop naar de maan

Stel je loopt 5 km per uur, dan doe je er $385.000 : 5 = 77.000$ uur over, dat is bijna 9 jaar.

Vader en zoon

Over 11 jaar is vader 74 en is zijn zoon 47, dus dan is de omkering opnieuw een feit. M.a.w. elke 11 jaar is het prijs. Vader was 27 toen zijn zoon geboren is. Als vader 96 mag worden is zijn zoon 69 en is dat de 6-e keer dat de omkering lukt. Daarna lukt het niet meer, want als je 107 omkeert komt er 701 en geen 80!

Lettersom

$7 \times E$ eindigt op 2, dus moet $E = 6$ zijn. $6 \times C$ eindigt nu op 2, wat betekent dat $C = 2$ of $C = 7$. Als $C = 7$ dan moet $5 \times A$ eindigen op 2 en dat kan niet, dus $C = 2$. Nu eindigt $5 \times A$ op 5 en dat geldt voor elke oneven A . Maar omdat A ook het cijfer van de miljoentallen van het eerste getal is en $E = 6$, daarom moet $A = 5$ zijn. Zo verder redenerend komt er:

$$\begin{array}{r}
 5 \ 8 \ 2 \ 1 \ 5 \ 2 \ 6 \\
 8 \ 2 \ 1 \ 5 \ 2 \ 6 \\
 2 \ 1 \ 5 \ 2 \ 6 \\
 1 \ 5 \ 2 \ 6 \\
 5 \ 2 \ 6 \\
 2 \ 6 \\
 \hline
 6 \ 6 \ 6 \ 6 \ 6 \ 6 \ 2 \ 6 \ 6
 \end{array}$$

Alle eentjes zwemmen in het water

Met drie eenden kan het verhaal al kloppen, kijk maar naar de illustratie.

Zoek de bewerking en de komma's

Als je in *drie* decimalen nauwkeurig rekent, komt er:

$$0,9 \times 3,162 = 2,846, \quad 9 : 3,162 = 2,846$$

$$9,143 - 8 = 1,143, \quad 9,143 : 8 = 1,143$$

$$7 + 1,1667 = 8,1667, 7 * 1,1667 = 8,1667$$

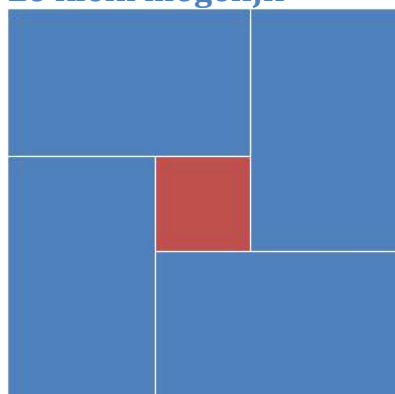
Vouw- en knipfiguren

Vouw het blad eerst vier keer doormidden en knip dan aan de kant waar alles dicht zit.

Enquête

Het aantal mannen moet deelbaar zijn door 8 en het aantal vrouwen deelbaar door 6. Het kleinste mogelijke aantal mannen is 8; dan waren er dus 186 vrouwen. In dat geval stemden 1 man en 31 vrouwen voor, dat is ongeveer 16,5 procent. Het aantal voor-stemmers is juist hoger dan 15% (15,49%) bij 7 mannen en 23 vrouwen die voor stemden. Dus waren er 56 mannen en 138 vrouwen.

Zo klein mogelijk



Het wordt een vierkant van 13 bij 13. De omtrek is dan 52.

Breukuitdaging

Zet onder de lange som diezelfde som nogmaals, maar nu met de volgorde binnen de haakjes omgekeerd en tel die beide sommen op, dan vind je het dubbele van de uitkomst:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{9} + \frac{2}{9} + \frac{3}{9} + \dots + \frac{8}{9} \right) + \left(\frac{1}{10} + \frac{2}{10} + \frac{3}{10} + \dots + \frac{9}{10} \right) + \left(\frac{1}{11} + \frac{2}{11} + \frac{3}{11} + \dots + \frac{10}{11} \right) + \left(\frac{1}{12} + \frac{2}{12} + \frac{3}{12} + \dots + \frac{11}{12} \right) \\ & \left(\frac{8}{9} + \frac{7}{9} + \frac{6}{9} + \dots + \frac{1}{9} \right) + \left(\frac{9}{10} + \frac{8}{10} + \frac{7}{10} + \dots + \frac{1}{10} \right) + \left(\frac{10}{11} + \frac{9}{11} + \frac{8}{11} + \dots + \frac{1}{11} \right) + \left(\frac{11}{12} + \frac{10}{12} + \frac{9}{12} + \dots + \frac{1}{12} \right) + \\ & \underbrace{(1 + 1 + 1 + \dots + 1)}_8 + \underbrace{(1 + 1 + 1 + \dots + 1)}_9 + \underbrace{(1 + 1 + 1 + \dots + 1)}_{10} + \underbrace{(1 + 1 + 1 + \dots + 1)}_{11} = \\ & 19 + 19 = 38, \text{ dus de helft is } 19. \end{aligned}$$

Onderweg

Hun snelheden in acht genomen, komen ze elk uur $18 + 6 = 24$ kilometer dicht bij elkaar, dus voor die laatste 16 km hebben ze nog $\frac{16}{24}$ uur = $\frac{2}{3}$ uur = 40 minuten nodig.

Broertjes en zusjes

3 zoons en 3 dochters, baby niet meegerekend

Letterpuzzel 2

$$\begin{array}{r} 17 \\ \underline{4 \times} \\ 68 \\ 25 + \\ \underline{} \\ 93 \end{array}$$

Dropjes en pepermuntjes

Vraag om het doosje 'dropjes en pepermuntjes' te openen en daar één snoepje uit te halen. Is het een dropje dan hoort het etiket 'dropjes' op dit doosje.

Je kunt hier ook andersom redeneren: als geen van de doosjes het juiste etiket heeft, dan kunnen de etiketten maar op twee manieren zijn aangebracht

Grazende schapen

Het weiland biedt 10 schapen voer voor 20 dagen, dat is 200 schapendagvoedingen. Hetzelfde weiland biedt 15 schapen voer voor 10 dagen, in totaal 150 schapendagvoedingen. Het verschil wordt geleverd door het groeiende gras, dat in 10 dagen dus 50 schapendagvoedingen oplevert, ofwel 5 schapenvoedingen per dag. Als je nu 25 schapen loslaat in het weiland, dan kun je 5 schapen steeds het groeiende gras laten opgrazen, de overige 20 eten het gras dat er al stond: 100 schapendagvoedingen. Dat is dus in 5 dagen op, zodat 25 schapen maximaal 5 dagen kunnen grazen.

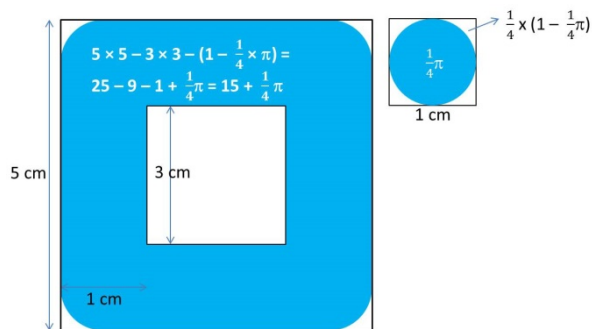
Kabelraadsel

0 meter! ☺

Zandlopers

Draai de beide zandlopers gelijktijdig om. Wanneer er 7 minuten zijn verstreken, begint je tijdmeting. Je wacht nu 4 minuten tot de grote zandloper helemaal klaar is en dan draai je hem bliksemsnel weer om zodat er nog 11 minuten bij de 4 minuten die je al had afgepast, komen. Dan zijn er precies 15 minuten verstreken.

Rollende munt



De bestrijkt in totaal de oppervlakte van de getekende figuur. De vier stukjes in de afgeronde hoeken vormen samen precies een cirkel met diameter 1 cm.

Magische getallen

De gebruikte getallen in 1 en 2 zijn mooi omdat ze bestaan uit alle cijfers behalve 0. De antwoorden van 3 en 4 hebben de dezelfde eigenschap (en bij 3 wordt ook de 0 gebruikt).

Antwoord 5 ten slotte is hetzelfde als antwoord 3.

$$123456789 \times 2 = 246913578$$

$$987654321 \times 2 = 1975308642 - \uparrow$$

$$864197532 \times 2 = 1728395064$$

Gemeenschappelijke deler

$$1178 = 31 \times 38$$

$$1581 = 31 \times 51$$

$$2015 = 31 \times 65$$

$$2387 = 31 \times 77, \text{ de gemeenschappelijke deler is dus } 31.$$

Je vindt dat getal door de verschillen te bepalen: 372, 403 en 434 en ook daar weer de verschillen van: 31 en 31.

Hazelnoten en amandelen mengen

Maak het je gemakkelijk en ga uit van 60 kg per zak.

Zak 1 bevat 20 kg hazelnoten en 40 kg amandelen.

Zak 2 bevat 15 kg hazelnoten en 45 kg amandelen.

Zak 3 bevat 10 kg hazelnoten en 50 kg amandelen.

Totaal: 45 kg hazelnoten en 135 kg amandelen.

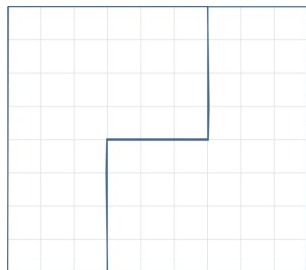
De verhouding is $45 : 135 = 1 : 3$.

Opa

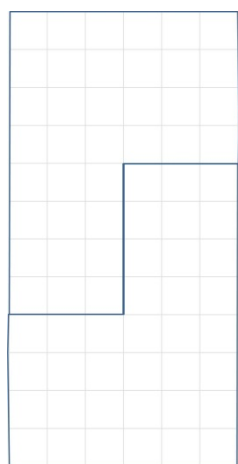
$160+180+200+220+240=1000$, dure grap. Het jongste kleinkind krijgt dus 160 euro.

Rechthoek knippen

Knip volgens de aangegeven lijn en...



... puzzel de twee stukjes zo in elkaar:



Mijn leeftijd

De gezochte leeftijd is 13, immers $2 \times 15 + 3 \times 16 = 6 \times 13$.

Blokkenbouwsel

De linkse plattegrond toont de oplossing voor het geval het blokkenbouwsel uit 6 blokken bestaat. Het rechter plaatje laat zien dat zelfs 20 blokken geplaatst kunnen worden die deze aanzichten geven.

			1
		2	
1			
	2		

1	1	1	1
1	2	2	1
1	1	1	1
1	2	2	1

Je rekent je een breuk

$$\frac{\frac{1}{2} + (\frac{1}{3} : (\frac{1}{4} \times \frac{1}{5})) - \frac{1}{6}}{1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{4} \times 1\frac{1}{5} \times 1\frac{1}{6}} = \frac{\frac{1}{2} + (\frac{1}{3} : \frac{1}{20}) - \frac{1}{6}}{\frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times \frac{6}{5} \times \frac{7}{6}} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{20}{3} - \frac{1}{6}}{\frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times \frac{6}{5} \times \frac{7}{6}} = \frac{\frac{3}{6} + \frac{40}{6} - \frac{1}{6}}{\frac{7}{2} \times \frac{3}{3} \times \frac{4}{4} \times \frac{5}{5} \times \frac{6}{6}} = \frac{\frac{42}{6}}{\frac{7}{2}} = \frac{7}{3\frac{1}{2}} = 2$$

Eén miljoen uren

$24 \times 365,25 = 8766$ uren in een jaar (inclusief de schrikkeljaren). Om aan 1 miljoen te komen heb je ruim 114 jaar nodig. Dat lukt lang niet iedereen. De in 2005 overleden Hennie van Andel uit Hoogeveen wel, die werd, toen als oudste vrouw ter wereld, 115.

Houthakken

$$9 + 8 = 17$$

Vissen

De verhouding gemerkte vissen staat tot vissen is $n : 90 = 70 : 20$ dus $20 \times n = 6300$ ofwel $n = 315$

Gemengd graszaad

De totale prijs voor 34 kg graszaad is: $8 \times 4 + 12 \times 4,5 + 14 \times 6 = € 170$.

De prijs per kilo voor het mengsel is $€ 170 : 34 = € 5,-$ per kilo.

De prijs per kilo stijgt niet meer als de vierde soort ook € 5,- per kilo kost.

20 kilometer draad

Stel je neemt een gebied van 7 km bij 3 km, dat heeft een omtrek van 20 km. Dan is de oppervlakte $7 \text{ km} \times 3 \text{ km} = 21 \text{ km}^2$. Maar als het terrein 6 km bij 4 km meet is het iets groter namelijk $6 \text{ km} \times 4 \text{ km} = 24 \text{ km}^2$. Het grootst is het als het precies vierkant is, ofwel 5 km bij 5 km met een oppervlakte van 25 km^2 .

Op een chip met een oppervlakte ter grootte van een duimnagel zit 20 kilometer draad. Hoe dun zijn die draadjes?

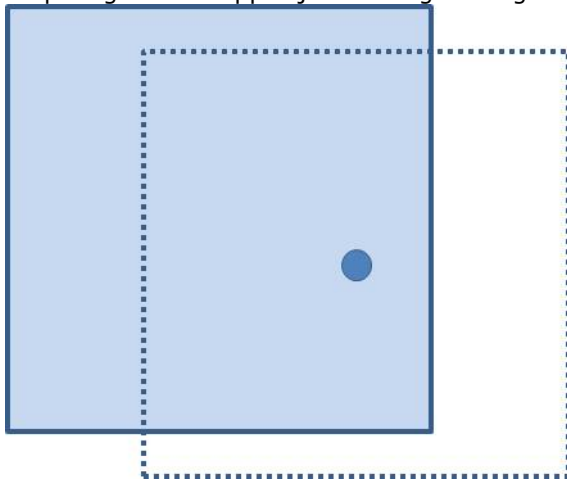
Een duimnagel heeft een grootte van ongeveer 1 cm^2 ; $20 \text{ km} = 20.000 \text{ m} = 2.000.000 \text{ cm}$; dat zijn dus 2 miljoen draadjes naast elkaar die 1 cm ruimte innemen. De draadjes hebben dan een dikte van hoogstens $\frac{1}{2.000.000} \text{ cm} = 5 \text{ nm}$ (nanometer). [1 miljard nm = 1 m]

Mensen

6,5 procent is ongeveer $\frac{1}{15}$ deel. Er zijn momenteel ruim 7 miljard mensen dus hebben er in totaal ooit ($15 \times 7 = 105$ miljard,) ruim 100 miljard rondgelopen.

Vierkant met stip

Knip volgens de stippellijnen en leg het afgeknipte stuk zonder stip rechts aan na een halve draai.



Wiskundeolympiade voor jongeren

10 fout + 20 fout + 25 fout is maximaal 55 fout, dus minimaal 45 en maximaal 75 kinderen zouden alle drie de vragen goed beantwoord kunnen hebben.

Leeftijd

Marja zegt dat ze 42 jaar is maar de zondagen telt ze niet mee, dus moet je nog een zesde erbij tellen. Ze is 49.

Knikkers in de vaas

In de vaas zitten 63 blauwe en 12 rode knikkers.

Berg op en berg af

Stel dat de bergrit 12 km lang is, dan heeft Roy precies één uur nodig om boven te komen. Om op een gemiddelde van 24 km/u te komen, moet Roy de 24 km berg op én af in één uur rijden. Maar dat uur is al om als Roy bovenaan is gekomen, dus ongeacht hoe snel hij de berg af gaat, onderaan de berg heeft ie meer dan een uur op de fiets gezeten. Het kan dus niet!

Dirk daarentegen wil 20 kilometer in één uur halen, ofwel 24 kilometer in 72 minuten. Voor de 12 kilometer weg terug heeft Dirk dus precies 12 minuten over, dat is 60 km/u.

Geluksgetal 13

Dobbelsteen 1: 1, 2, 3, 4, 5, 6

Dobbelsteen 2: 7, 8, 9, 10, 11, 12

nu zijn je mogelijke uitkomsten:

	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
8	9				13	
9	10			13		
10	11		13			
11	12	13				
12	13					

Uitkomst 13 komt precies 6 keer voor, zodat de kans op 13 ogen $\frac{1}{6}$ is. Je kunt uiteraard ook andere dobbelstenen bedenken: verwissel bijvoorbeeld de 1 met de 7.

Naar de overkant

Eerst gaan Olivier en Quinten samen naar de overkant.

Teun blijft achter en Olivier gaat weer terug.

Dan gaat Teun alleen naar de overkant.

Quinten gaat nu terug.

Vervolgens gaan Olivier en Quinten weer samen naar de overkant.

Het bootje is drie keer naar de overkant en twee keer terug gegaan en iedereen is over.

Origineel geboortekaartje

285079

282468 +

567547

Zes negens

$9 \times 9 + 9 + 9 + 9 : 9 = 100$ of $99\frac{99}{99} = 100$

Zakgeld

Sanne moet 4 euro meer hebben dan Tanja om aan de eerste regel te voldoen, immers bij Sanne gaan er 2 af en bij Tanja komen er 2 bij.

Om aan de tweede regel te voldoen wordt het verschil in euro tussen beide vriendinnen 8. Dan heeft Sanne $2 \times 8 = 16$ euro, dus heeft Sanne nu 14 euro en Tanja nu 10 euro.

Lastige erfenis

Als 60 koeien verdeeld worden volgens het testament, dan krijgen de erfgenamen respectievelijk 20, 15, 12 en 12 koeien. Dat zijn bij elkaar 59 koeien, dus blijft er 1 over. Elke erfgenaam krijgt dan iets meer dan in het testament beschreven staat, maar hoeveel meer is precies in de juiste verhouding, kijk maar. Zo krijgt de oudste zoon 20 koeien terwijl hij recht heeft op $19\frac{2}{3}$ koe, dus hij krijgt $\frac{1}{3}$ koe extra. De overige zonen krijgen resp. $\frac{1}{4}$ koe, $\frac{1}{5}$ koe en $\frac{1}{5}$ koe extra dus precies in de verhouding zoals beschreven in het testament. Op grond daarvan kun je zeggen dat het helemaal

eerlijk is. De enige die bezwaar kan maken is de notaris, omdat er meer verdeeld is dan het testament voorschrijft. De boer had niet zijn gehele bezit in de nalatenschap beschreven, maar slechts $\frac{59}{60}$ deel. En na afloop zijn wel alle 59 koeien verdeeld. De benadeelde is dus boer Cornelis zelf maar die heeft daar niet veel weet meer van.

Rechthoeken doorzagen

Bij het doorzagen van een rechthoek met één snede weten we dat die snede door het middelpunt van de rechthoek gaat. Er zijn dus heel wat meer mogelijkheden dan de vier waar je in eerste instantie aan denkt. Met één snede zaag je dus twee rechthoeken door als en alleen als die snede door de beide middelpunten loopt.

Lettersom

```
    624
   62627
  62627
   3027
----- +
 129305
```

Kluiskraker

8005

Regelmatige driehoek vouwen

De kern van de vouwinstructie is het vouwen van een hoek van 30° wat zo elegant lukt door eerst het papier in tweeën te vouwen en dan het rechter hoekpunt naar de vouwlijn te vouwen vanuit het linker hoekpunt. Zo mooi kan meetkunde zijn!

Jarig

Smit is jarig op 31 december. Op 1 januari vind het beschreven gesprek plaats. Eergisteren is dan 30 december, toen was Smit nog 32; gisteren werd ie 33; op het eind van dit jaar 34 en volgend jaar dus 35. Je ziet dat het kan. En voor welke Smit klopt dit, denk je? Inderdaad, Jan Smit!

Regelmatig viervlak vouwen

Voortbordurend op de vorige opdracht maak je er hier een 3D-figuur van. De kinderen van groep 8 zullen ervan smullen.

Omgekeerde

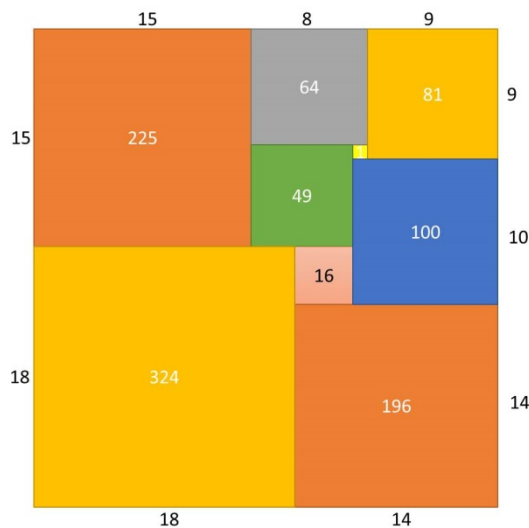
Mariken werd 32, want na tien keer halveren krijg je $(16, 8, 4, 2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}) \frac{1}{32}$.

Middeleeuwen

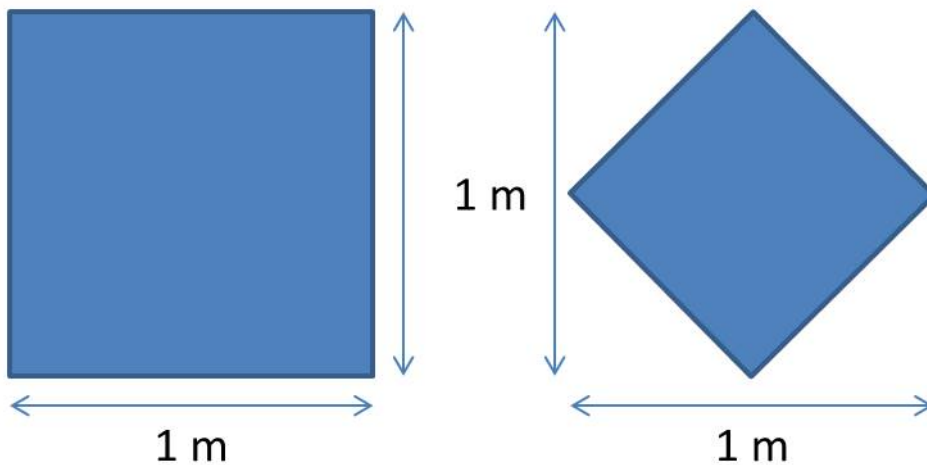
10%. Het zit zo: 15% verliest geen oog, 20% geen arm, 25% geen oor en 30% geen been, dat is samen 90%, dus 10% moet alles verliezen.

Negen vierkanten

Je ziet gemakkelijk dat de lengten van het groene, grijze, donkergele en blauwe vierkant opvolgende getallen zijn. Dus moet het op een na grootste vierkant van de hele figuur dat grenst aan het blauwe en groene vierkant zijdelengte 4 hebben. Daarmee zijn alle afmetingen bekend:



Uitzicht



Deelbaar

We onderscheiden de volgende gevallen: $abc : d$ en $ab : cd$. Er blijken heel wat mogelijkheden te zijn, kijk maar:

132 : 6, 312 : 6, 126 : 3, 162 : 3, 216 : 3, 261 : 3, 612 : 3, 621 : 3, 136 : 2, 316 : 2, 236 : 1, 263 : 1, 326 : 1, 362 : 1, 623 : 1, 632 : 1 dus 16 mogelijkheden van dit type; maar ook 26 : 13, 36 : 12, 32 : 16, 63 : 21 en 62 : 31 dus 21 mogelijkheden in totaal.

Naam

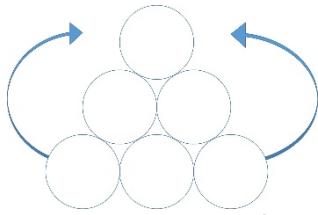
Typ de vermenigvuldiging maar in en draai dan het scherm 180 graden om: het meisje heet Loes.

Lange trein

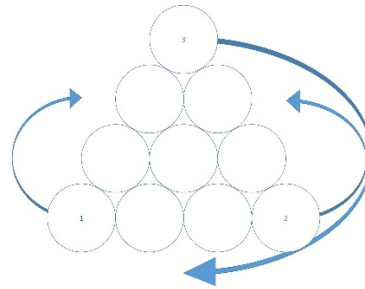
Als de trein in zijn geheel uit de tunnel is, is de voorkant 2 kilometer verder dan bij het ingaan van de tunnel. Immers de tunnel is 1 kilometer lang en de trein zelf is ook 1 kilometer lang. Over die 2 kilometer doet de trein $\frac{2}{15}$ uur = 8 minuten.

Verplaats de munten

Verplaats twee munten:



Met tien munten en drie verplaatsingen:



Vijver

Stel er zijn 60 vissen, dus 20 goudvissen; de reiger vist er 10 uit. Nu zijn er 10 goudvissen op 50 vissen ofwel 20%.

Naar Amsterdam

Na $\frac{1}{3}$ van de afstand afgelegd te hebben is er nog 75% van de benzine in de tank over, dus is er 25% verbruikt.

Omdat $\frac{1}{2} = \frac{3}{2} \times \frac{1}{3}$ heb je na anderhalf keer een derde van de afstand dus $\frac{3}{2}$ keer zoveel verbruikt.

Dat is 37,5%, dus over 67,5% ofwel $\frac{5}{8}$ deel.

Overlappende vierkanten

Het kleine vierkant is $4 \times 4 = 16 \text{ cm}^2$. Een kwart daarvan (dus 4 cm^2) bedekt het oranje vierkant. Het grote oranje vierkant meet $5 \times 5 = 25 \text{ cm}^2$. Daarvan is 4 cm^2 bedekt ofwel $\frac{4}{25}$ deel = 16%.

De volgende in de rij

Schrijf van achter naar voren en verdubbel $12 \rightarrow 21 \rightarrow 42 \rightarrow 24 \rightarrow 48 \rightarrow 84 \rightarrow 168 \rightarrow 861 \rightarrow 1722$

Eén keer wegen

Door één knikker toe te voegen wordt het totaal 101 knikkers en dat is een oneven aantal. Dus hoe Evelien er ook twee groepen van maakt, er zal altijd een groep zijn met een even aantal knikkers en een groep met een oneven aantal knikkers. Harm kiest nu de groep met het even aantal knikkers, verdeelt die in twee even grote groepen en legt die op de weegschaal. Als die in balans blijft, dan moet de afwijkende knikker in de andere groep zitten. Anders zit de knikker in deze groep. Het kan dus met één weging.

Triolettersom

De eerste en de derde regel lijken veel op elkaar, maar via de tweede regel kun je achterhalen dat $A = 6$ moet zijn. Maar dan is $B = 8$, $E = 1$ en $D = 3$. Nu volgt uit de derde regel dat $C = 5$ en $F = 2$.

Driehoeksgetallen

$2016 = 32 \times 63 = \frac{1}{2} \times 64 \times 63 = D_{63}$. Dus is 2016 het 63-e driehoeksgetal.

Wielervedstrijd

Na 12 minuten fietsen is de situatie als volgt: Joris heeft precies twee rondjes gereden en Corné precies drie; dat is één rondje meer. Hij moet dus Joris een keer hebben ingehaald en doet dat nu voor de tweede keer.

Veilig naar de overkant

Siem en Ine varen naar de overkant, Ine vaart terug. Dries vaart naar de overkant, Siem vaart terug. Ten slotte varen Siem en Ine naar de overkant; dat zijn vijf oversteken!

Wie is Jos?

We gaan de volgende gevallen na: er zijn 3 jossen, 2 jossen, 1 jos en maken een schema met mogelijkheden:

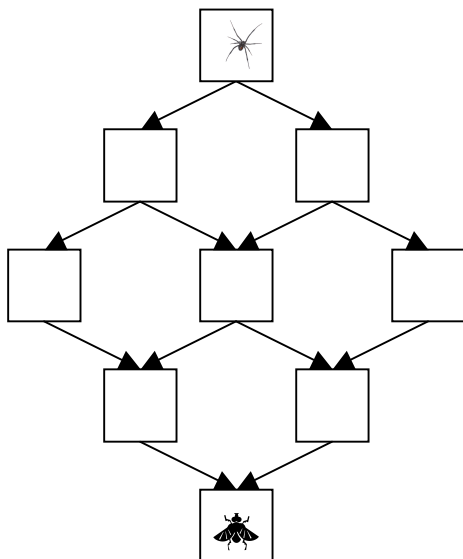
A	waar	B	waar	C	waar	aantal waar
Jos	1	Jos	0	Jos	0	1

Jos	1	Jos	0	Kees	0	1
Jos	1	Piet	1	Jos	0	2
Jan	0	Jos	0	Jos	1	1
Jos	1	Piet	1	Kees	0	2
Jan	0	Jos	0	Kees	1	1
Jan	0	Piet	1	Jos	1	2

in het schema staat in de kolom 'waar' een 1 als de persoon in de kolom ervoor een ware uitspraak heeft gedaan. Er zijn 4 gevallen waarbij precies één uitspraak waar is. In die gevallen blijkt steeds persoon B Jos te heten, dus de enige persoon waarvan we met zekerheid kunnen zeggen dat die Jos heet is B.

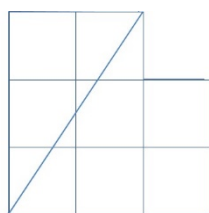
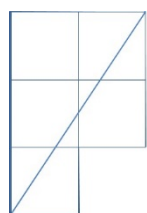
De spin en de vlieg

De spin kan 6 verschillende routes kiezen.

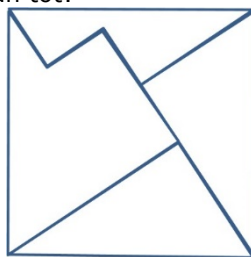


Maak je eigen legpuzzel

Omdat er in totaal $5 + 8 = 13$ hokjes zijn, moet het vierkant dat je vormt een zijdelengte van $\sqrt{13}$ hebben. Een zijdelengte van $13 = 4 + 9$ vind je bij een rechthoekige driehoek van 2 bij 3, dus knip volgens de aangegeven lijnen en puzzel dan tot:



en dan



Welk getal?

$$350 = 7 \times 50$$

Eerste en laatste cijfer samen 3 betekent 1?2 of 2?1

$$231 = 7 \times 33 \text{ of } 112 = 7 \times 16 \text{ of } 182 = 7 \times 26.$$

In en uit

Als je goed kijkt, kun je ontdekken dat het machientje eerst beide getallen bij elkaar optelt en dan de uitkomst vermenigvuldigt met het eerste getal (van de twee): $18 = (2 + 7) \times 2$; $63 = (7 + 2) \times 7$; $96 = (8 + 4) \times 8$. Dus wordt het $(9 + 7) \times 9 = 144$. Als er 50 uitkomt, moet er $10 \times 5 = (5 + 5) \times 5$ zijn gebeurd, dus 5 en 5 in zijn gestopt. Ook zou nog kunnen 1 en 49 of 2 en 23.

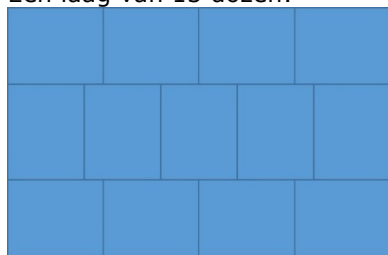
Vriendinnen op de bank

Vita, Nienke, Evelien, Marjolein. Redeneer gewoon van achter naar voren.

Verhuizen

Er kunnen op de laadvloer 4 lagen gemaakt worden want de dozen zijn 30 cm hoog. Elke laag bestaat uit 2 rijen van 4 dozen in de lengte en 1 rij van 5 dozen in de breedte. Dus is er ruimte voor $4 \times (8 + 5) = 52$ dozen.

Eén laag van 13 dozen:



Lettersom

$$105 = 62 + 43 = 42 + 63$$

Dobbelen

Daan 4, Emma 1, Nienke 6, Cheryl 2, Frits 5, Jeroen 3

Witte en zwarte tegels

Als je let op hoeveel tegels wit zijn, kun je 5 verschillende tegels vinden: 0 wit, 1 wit, 2 wit, 3 wit, 4 wit. Van elk van deze is één exemplaar mogelijk, behalve van 2 wit, daar zijn 2 verschillende versies van.

Product en som

Die vier getallen kunnen alleen 1, 2, 5 en 10 zijn geweest, want $1 \times 2 \times 5 \times 10 = 100$. Hun som is dus 18.

Vier getallen

1,4, 6 en 9.

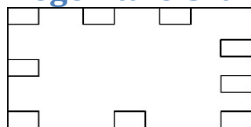
In de lift

12 volwassenen zijn 4 groepjes van 3 volwassenen. 20 kinderen vormen 4 groepjes van 5 kinderen. Bij 3 groepjes van 3 volwassenen past dus nog 1 groepje van 5 kinderen.

Lezen

Per week leest Shamira $25 + 24 = 49$ bladzijden, dus na 5 weken heeft ze 245 blz gelezen, dan nog 45 blz, dus op vrijdag heeft ze het boek uit na 41 dagen leesplezier.

Negen tafels langs de muren



Rij

Elke figuur bestaat uit een vierkant van zwarte tegels met een vierkant gat in het midden en 4 ontbrekende tegels op de hoekpunten. De derde figuur telt $7 \times 7 - 3 \times 3 - 4 = 36$ zwarte tegels, dus de 10-e figuur: $14 \times 14 - 10 \times 10 - 4 = 92$ zwarte tegels.

Hondenraadsel

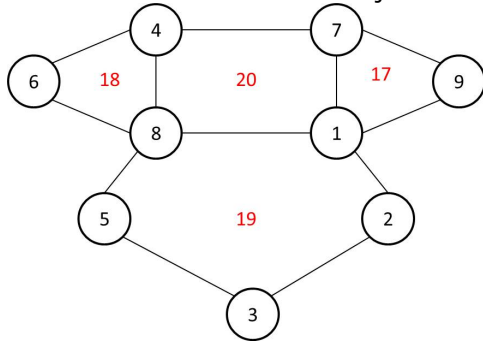
Het touw zit alleen aan de hond vast, aan de andere kant niet ☺.

Tweelingletterpuzzel

$$\begin{array}{r} 25 \\ 25 \times \\ \hline 625 \end{array} \quad \begin{array}{r} 76 \\ 76 \times \\ \hline 5776 \end{array}$$

Vul de rondjes

Begin met het rondje links met een 9, dan zijn de twee ernaast samen ook 9 en de twee daar weer naast samen 11, dus is het uiterst rechtste rondje een 6. De drie overgebleven rondjes blijken nu samen steeds 10 te zijn, maar dat leidt nooit tot 19 samen in de onderste vijfhoek. Ook de keuze van een 8 of een 7 in het rondje links leidt tot een oplossing. Begin je met 6 dan lukt het wel:



Ra, ra, hoe kan dat?

Als je naar de rode en de blauwe driehoeken kijkt, zie je dat de rode 8 breed en 3 hoog is en de blauwe 5 breed en 2 hoog. Maar dat betekent dat ze niet gelijkvormig zijn! De rode had dan bijvoorbeeld 7,5 breed en 3 hoog moeten zijn. Dus de tekst 'bekijk de beide driehoeken hieronder' klopt niet: het zijn geen driehoeken, maar vierhoeken.

Som van vier getallen

Als vier *verschillende* hele getallen met elkaar vermenigvuldigd, 100 moeten opleveren, dan kunnen dat alleen maar de getallen 1, 2, 5 en 10 zijn geweest. Hun som is dus $1+2+5+10=18$.

Doos met ballen

Simon zegt: "Ik weet het niet, want $5 = 1 + 4 = 2 + 3$ zijn 2 verschillende mogelijkheden." Als de som bijvoorbeeld 3 was geweest had Simon meteen geweten dat de getallen 1 en 2 waren. Vera zegt ook: "Ik weet het niet, want $1 = 4 - 3 = 3 - 2 = 2 - 1$." Simon hoort dat Vera het ook niet weet, maar dat is alleen in geval het verschil 1 is, dus weet Simon nu de beide getallen. Het kan dus alleen maar een 2 en een 3 zijn geweest.

Lettersom

Omdat BBB een veelvoud is van 111 en $111 = 3 \times 37$, zie je snel dat het $3 \times 7 \times 37 = 777$ moet zijn.

Vier machtig mooie relaties met 3, 4, 5 en 6

Reken maar na.

Handen schudden

Na afloop van een vergadering schudden *alle* deelnemers elkaar de hand. Er wordt in totaal precies 91 keer handen geschud. Hoeveel deelnemers waren er?

Omdat $91 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13$ waren er 14 deelnemers

Weegprobleem

Nummer de zakjes van 1 tot en met 10. Neem nu uit elk zakje zoveel knikkers als het nummer op het zakje aangeeft, dus uit zakje 6 haal je 6 knikkers, enz. en leg die knikkers op de weegschaal. In totaal liggen er nu $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55$ knikkers op de weegschaal die als ze allemaal even zwaar zouden zijn bij elkaar 550 g zouden moeten wegen. Maar omdat er ook een aantal knikkers tussen liggen die 9 gram per stuk wegen weten we nu precies hoe het zit: stel dat de weegschaal 548 g aan geeft; dan is er 2 g minder die dus afkomstig moeten zijn van de 2 knikkers uit zakje 2. Zo wijst dus het verschil tussen het gewogen gewicht en 550 g het nummer aan van het zakje met de gezochte lichtere knikkers.

Optelling

Eigenlijk is dit de lettersom:

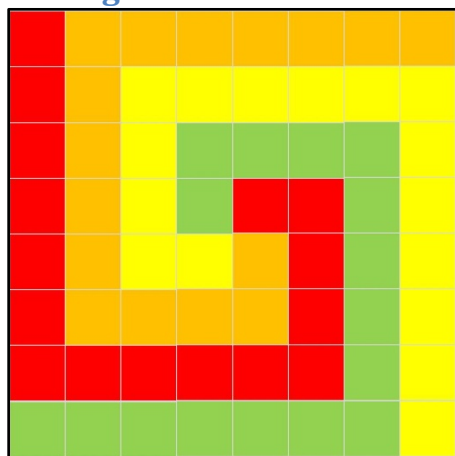
$$\begin{array}{r}
 ABCD \\
 BCD \\
 CD \\
 D \\
 \hline
 3442
 \end{array}$$

Beginnend aan de rechterzijde is snel duidelijk dat $D = 3$ of $D = 8$. Bij $D = 3$ hoort $C = 1$ en bij $D = 8$ hoort $C = 7$. De rest is dan eenvoudig, er zijn vier oplossingen: 2713, 3213, 3178 en 2678. Voor allemaal konijnen kom je 46 poten tekort, dus zijn er 23 fazanten en 12 konijnen.

Eerlijk delen

Het recept voor deze eerlijke verdeling is simpel: bepaal het midden van de ronde koek en het midden van de amandel. Snij nu de koek in tweeën in een rechte lijn die door deze twee middens gaat. Waarom is dit eerlijk? Elke lijn door het midden van de koek deelt de koek in twee even grote stukken en elke lijn door het midden van de amandel deelt de amandel in twee gelijke delen. Dus de lijn door beide middens doet wat beloofd was.

De erfgenamen van de koning

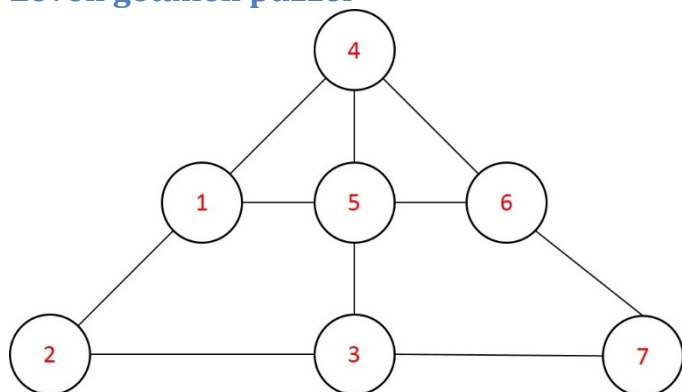


Kleinste verschil

Teller en noemer zijn gehele getallen. Het grootste verschil treedt op bij: $\frac{9}{1} - \frac{1}{9} = 8\frac{8}{9}$

Het kleinste verschil komt bij: $\frac{1}{8} - \frac{1}{9} = \frac{1}{72}$

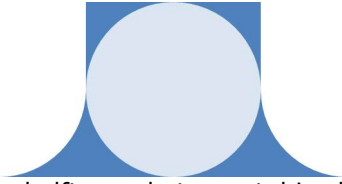
Zeven getallen puzzel



Maak kloppend

$$17 + 30 + 49 = 96$$

Bijzonder hoedje



Als je de helft van de twee stukjes links- en rechtsonder afknijpt en aan de bovenzijde weer aanplakt, ontstaat een vierkant. De oppervlakte is dus het kwadraat van de diameter van de cirkel.

Raadsel

Het schema laat de eindcijfers van alle tafelproducten van de tafels van 1 tot en met 10 zien. Het beroep van de verdachte zou **leerkracht basisonderwijs** kunnen zijn.

Snoep uitdelen

Als alle meisjes hetzelfde aantal snoepjes krijgen, kan het aantal meisjes niet 1, 2, 4, 5, 8 of 10 zijn geweest, want dan blijft er niets over. Willen er 3 snoepjes overblijven dan moet het aantal meisjes 7 zijn geweest, want bij 3 en 6 houd je er 2 over ($80 = 3 \times 26 + 2$, $80 = 6 \times 13 + 2$), bij 9 houd je er 8 over ($80 = 9 \times 8 + 8$). Er zitten dus 3 jongens in de klas die elk één snoepje krijgen.

Voetbaltoernooi

Het tegendoelpunt moet in de verloren wedstrijd zijn gevallen, dus die uitslag was 0-1. Het gelijke spel moet dan 0-0 zijn geweest, en de gewonnen wedstrijd dus 3-0.

Nog meer toernooien

Elke wedstrijd gaat om 2 of 3 punten. Het aantal gespeelde wedstrijden is $6 \times 5 : 2 = 15$. Als alle wedstrijden eindigen in winst voor de ene partij worden er in totaal $15 \times 3 = 45$ punten behaald. Als alle wedstrijden eindigen in gelijkspel, zijn er in totaal $15 \times 2 = 30$ punten behaald. Nu is dat aantal 40. We zoeken hoe je 40 punten kunt krijgen; dat kan op drie manieren: $40 = 5 \times 2 + 10 \times 3 = 2 \times 2 + 12 \times 3 = 8 \times 2 + 8 \times 3$. Alleen bij de eerste mogelijkheid zijn er 15 wedstrijden gespeeld. De conclusie is dus dat er 5 keer gelijk gespeeld is.

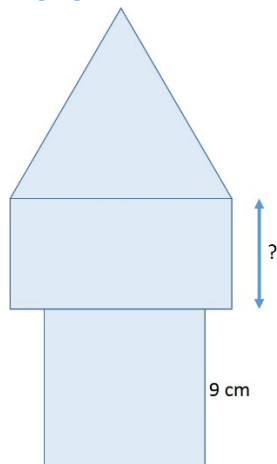
Omvormen

Dat je het via omvormen kunt doen, helpt in een belangrijke mate bij deze puzzel aangezien je anders misschien wel allerlei ingewikkelde wiskunde van stal moet halen. Knip de rechthoekige driehoek uiterst rechts eraf en plak die linksboven er weer aan vast. Dan zie je dat de oorspronkelijke witte rechthoek door de diagonaal verdeeld in twee even grote delen ook bestaat uit de twee grijze delen, die samen de andere figuur vormen. Dus is de oppervlakte gelijk aan die van de gegeven rechthoek: 40.

Het kan vriezen en het kan dooien

Het volume van water gaat van 11 delen naar 12 delen bij bevriezing. Bij dooi gaat het dan van 12 delen terug naar 11 delen. Het volume neemt dus toe met $\frac{1}{11}$ deel en vervolgens af met $\frac{1}{12}$ deel.

Toren



De omtrek van het vierkant is $4 \times 9 \text{ cm} = 36 \text{ cm}$, dus de driehoek heeft 3 zijden van ieder 12 cm. Daarmee is de breedte van de rechthoek ook 12 cm en moet de hoogte dus 6 cm zijn.

Achilles en de schildpad

Na 100 seconden heeft Achilles $100 \times 10 \text{ m} = 1000 \text{ m}$ afgelegd. De schildpad legt in die zelfde 100 seconden $100 \times \frac{1}{10} \text{ m} = 10 \text{ m}$ af en is dan met zijn voorsprong van 990 m ook precies aan de 1000 m. Dus op dat moment schiet Achilles de schildpad voorbij met zijn 100 keer zo hoge snelheid.

Vijf drieën

Als je begint met de enen in de honderdtallen, volgt de rest via eenvoudig redeneren en een beetje proberen:

$$\begin{array}{r} 1 \quad 2 \quad 3 \\ 1 \quad 6 \quad 3 \quad \times \\ \hline 3 \quad 6 \quad 9 \\ 7 \quad 3 \quad 8 \\ 1 \quad 2 \quad 3 \quad + \\ \hline 2 \quad 0 \quad 0 \quad 4 \quad 9 \end{array}$$

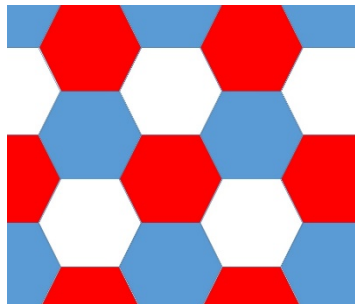
Magische geldkist

Na 10 dagen zitten er $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^{10} = 1024$ eurocenten ≈ 10 euro in de kist.

Na 20 dagen is dat ongeveer $1000 \times 10 = 10.000$ euro en na 27 dagen nog eens ruim 100 (128) keer zo veel. Je kunt het ook precies uitrekenen met de wetenschappelijke rekenmachine: € 1.342.177,28. Dus binnen een maand heb je 100 miljoen keer zoveel en ben je miljonair!

Tegels

Met twee kleuren lukt het niet, maar met drie lukt het wel:



Triskaidekafobie

Dat je echt geen angst hoeft te hebben voor het getal 13 bewijst het feit dat er veel soorten bloemen zijn met 13 blaadjes, zoals blauwe regen (wisteria formosa).

Blokkenbouwsel

3		3
2	2	2
3	2	3

Een plattegrond van het bouwsel ziet er nu zo uit:

Jeroen moet dus minstens $3 + 2 + 2 = 7$ blokjes wegnemen. (Hij kan op zijn hoogst 13 blokjes wegnemen, zodat nog steeds geldt dat de drie aanzichten gelijk zijn.)

Neem een willekeurig getal

Vanaf stap 5 reken je met het laatste cijfer, dat kennelijk 2 moet zijn om op 21 uit te komen. Door met 5 te vermenigvuldigen eindigt het tussenresultaat op 0 of 5. Tel je er dan 1 bij op, eindigt het op 1 of 6; vermenigvuldig je daarna met 2 dan eindigt het inderdaad altijd op 2. Verrassend!

Code intoetsen

Omdat na het intoetsen van de juiste code er niets gebeurt, heeft kennelijk een voorganger een onvolledige code ingevoerd, en dan weet je niet welke de eerste toets is die je invoert. Door nu achtereenvolgens deze reeks van 19 aanslagen in te toetsen 2018n2018n2018n2018 (waarbij n een willekeurige toetsaanslag is) weet je zeker dat 2018 een keer op plaats 1 tot en met 4 terechtkomt en dan gaat de kluisdeur dus open.

Kubus zagen

Als je van elk zijvlak een plak van een 1 cm dikte afzaagt, krijg je uiteindelijk weer een kubus met een ribbe die 2 cm kleiner is dan de ribbe van de kubus waarmee je begon. Een schetsje maakt dat duidelijk. Door te beginnen met een ribbe van 7 cm kom je op een ribbe 5 cm. De eerste kubus heeft een inhoud van 343 cm^3 en de laatste een inhoud van 125 cm^3 . Daardoor is ie dus maar liefst 218 cm^3 kleiner geworden.

Kubuspuzzel

Voor een 6 bij 6 bij 6 kubus, bestaande uit 216 blokjes, heb je $216 : 4 = 54$ staafjes nodig. $6 \times 6 \times 6 = 216 = 54 \times 4$, maar dat lukt niet; het kan alleen als de zijde van de kubus een 4-voud is.

Goud

De 7 staven kunnen per stuk niet meer dan 3 kg wegen want anders zijn er geen groepjes van 3 kg te maken. De staven wegen dus 1, 2 of 3 kg. Er kunnen niet meer dan 3 staven van 3 kg zijn, want dan is er nog 6 kg over voor de overige 4. De staven wegen 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3 kg en kunnen dan als volgt gegroepeerd worden:

1-1-3, 2-3, 2-3 (drie groepjes die elk 5 kg wegen)

1-2, 1-2, 3, 3, 3 (5 groepjes die elk 3 kg wegen)

De vier dames van de koninklijke familie

We beginnen met A. Omdat $3A$ kleiner is dan 10 geldt: $A=1, 2$ of 3 . $A=3$ leidt tot $M=9$ en $E=7$. I kan nu 2, 5 of 8 zijn, maar die aannames leiden allemaal schipbreuk. $A=2$ en $M=6$ kunnen niet samen vanwege de tienduizendtallen, dus onderzoeken we $A=2$ en $M=7$ (N.B. $M=8$ lukt niet vanwege $E=8$). Dit leidt tot $E=8$. Nu moet $R=1$ en $L=3$ of omgekeerd, maar beide mogelijkheden lopen spaak. Conclusie $A=1$, en dus $E=9$. Wanneer $M=4$ loopt het opnieuw vast, dus $M=5$. Nog wat verder puzzelen levert:

151821

189321

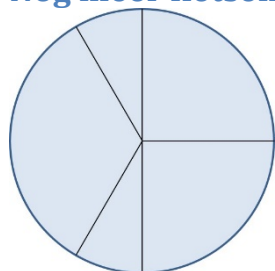
172109 +

513251

Sneller fietsen

Als je 40 minuten, ofwel $\frac{2}{3}$ uur fietst met een snelheid van 18 km/u leg je $\frac{2}{3}$ deel van 18 km ofwel 12 km af. Wil je dat in een half uur doen dan moet je dus 24 km/u gaan rijden. Dat is behoorlijk stevig doortrappen hoor!

Nog meer fietsen



Deze klok is zo gedraaid dat de ene broer op '5 voor' vertrekt en '5 over half' aankomt en de andere op het hele uur vertrekt en om half aankomt. Nu ZIE je dat ie hem om 'kwart over' inhaalt. Het antwoord is dus: 20 minuten nadat de eerste broer is vertrokken

Knikkers

Verdeel de 27 knikkers eerst in drie groepjes van 9 en weeg twee van die groepjes op je weegschaal. Je weet nu in welk groepje van 9 de zwaardere knikker zit: als de weegschaal naar rechts doorslaat dan in dat groepje, als de weegschaal naar links doorslaat dan in dat groepje en als de weegschaal in balans blijft, dan zit de zwaardere knikker in het overgebleven groepje. Het aantal knikkers waarin de gezochte zwaardere knikker zit is nu van 27 naar 9 gegaan. Door nu nogmaals op dezelfde wijze drie groepjes te maken kun het aantal knikkers terugbrengen tot 3 en ten slotte tot 1. Dus in drie wegen weet je zeker welke knikker zwaarder is.

Springen met machten van 10

0→100→200→300→299→298→297→296 (7)

0→100→200→300→400→500→490→480→470→460→461→462→463→464 (13)

0→1000→990→989→988→987 (5)

0→1000→900→910→909 (4)

0→1000→2000→2010→2020→2019→2018 (6)

Het grootste aantal sprongen dat je ooit nodig hebt is 14, bijvoorbeeld om bij 555 te komen:

0→1000→900→800→700→600→590→580→570→560→559→558→557→556→555 (14)

Acht blokjes



Er zijn er 3 manieren met dezelfde kleuren tegen elkaar aan.

Als alle zes de zijken van de kubus uit vier kleuren moeten bestaan: dat kan maar op één manier!

Eerlijk delen

$15 \times 6 = 90 = 18 \times 5$, dus eerst waren er 15 personen, daarna 18.

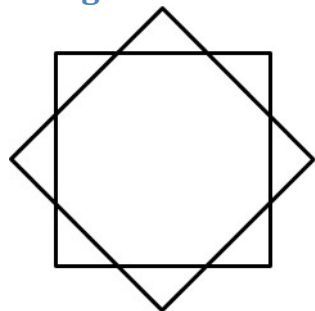
Lange dag

De uitkomst is 16 uur en 16 minuten en NIET 16 uur en 28 minuten. Reken maar na!

Gooi het maar over de balk

Noem je de lengte van de balk l , de breedte b en de hoogte h , dan is $l \times h = 100$, $l \times b = 300$ en $h \times b = 75$. Als je deze drie oppervlaktegetallen met elkaar vermenigvuldigt, krijg je $l \times h \times l \times b \times h \times b = l \times b \times h \times l \times b \times h$ en dat is het kwadraat van de inhoud! Welnu $100 \times 300 \times 75 = 2250000 = 1500 \times 1500$, dus de inhoud is $1500 \text{ cm}^3 = 1,5 \text{ liter}$. Je kunt natuurlijk ook nog vinden dat $l = 20 \text{ cm}$, $b = 15 \text{ cm}$ en $h = 5 \text{ cm}$, maar dat hoeft je niet weten om de inhoud te kunnen geven.

Deelgebieden



10 deelgebieden, tel maar na!

Bronwater

Spa doet zijn bronwater sinds kort in flessen met een inhoud van 1 liter. Dat was eerst 1,5 liter. De prijs verandert niet! Hoeveel procent is Spa duurder geworden?

Als je eerst 1,5 liter krijgt voor, zeg 50 ct, dan krijg je nu 1 liter voor 50 ct en kost 1,5 liter dus 75 ct. M.a.w. de prijs gaat van 50 naar 75 ct, een prijsverhoging van 50%!

Meisjes in de kring

Er staan 12 meisjes in de kring. Teken het maar uit.

Drop

3 dozen kosten 6 euro, 1 doos kost 2 euro, dus 5 dozen voor 10 euro.

Zeshoeken

Het aantal tegels is achtereenvolgens: 1, $1+6=7$, $7+12=19$, $19+18=37$, $37+24+30+36+42+48+54=271$.

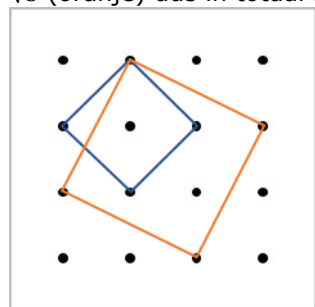
Toelatingsexamen

Over 6 jaar zijn ze samen 108, dus nu zijn ze samen $108 - 18 = 90$;

de leeftijden verhouden zich als $2 : 3 : 4$, dus $A = \frac{2}{9} \times 90 = 20$, $B = 30$, $C = 40$.

Vierkantje leggen

9 van 1×1 , 4 van 2×2 , 1 van 3×3 , maar er zijn er ook nog 4 van $\sqrt{2} \times \sqrt{2}$ (blauw) en 2 van $\sqrt{5} \times \sqrt{5}$ (oranje) dus in totaal 20.



En nog eentje uit dat examen:

$$\frac{70}{105} + \frac{117}{468} + \frac{420}{525} = \frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{4}{5} = \frac{103}{60} = 1 \frac{43}{60}$$

Rijttjes

rijtje 1: 730, rijtje 2: 217

Als je eerst overal 1 afhaalt: 1, 3, 9, 27, 81, 243, is iedere term 3 keer zo groot als zijn voorganger, dus nu komt 729, en in het oorspronkelijke rijtje 730.

Als je eerst overal 1 afhaalt: 0, 1, 8, 27, 64, 125, is iedere term een derdemacht dus nu komt 216 en in het oorspronkelijke rijtje 217.

Toverstokjes

Pepijn gebruikt eerst toverstokje A: $10 + 1 = 11$; dan gebruikt hij toverstokje C: $11 \times 2 = 22$. Als ik Pepijn was zou toverstokje B nu niet meer gebruiken .

Busraadsel

9 minuten over 1!

Geld weggeven

Samen hebben ze $35 + 3 \times 11 = 35 + 33 = 68$ euro. Ieder heeft na afloop even veel, dus 17 euro; dan heeft Evelien dus $3 \times 6 = 18$ euro weggegeven.

Pad aanleggen

Als je in gedachten de paden (die evenwijdig aan de zijden van de rechthoek lopen) helemaal aan de buitenkant legt, is eenvoudig te zien dat de resterende ruimte een oppervlakte heeft van $(80 - 3) \times (60 - 3) = 77 \times 57 = 4389 \text{ m}^2$

Doomsday

Omdat 12-12 een woensdag is, is 5-12 dat ook en is 1-12 dus een zaterdag.

Leeftijden

$2025 = 3^4 \times 5^2$, dus ze zijn 3, 5, 9 en 15.

Bruiloftsfeest

Van de gasten was $\frac{1}{8}$ deel kind, dus $\frac{7}{8}$ deel volwassen. $\frac{3}{7}$ deel van $\frac{7}{8}$ deel $= \frac{3}{7} \times \frac{7}{8} = \frac{3}{8}$ deel. Dan is

$$1 - \frac{1}{8} - \frac{3}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \text{ deel vrouw.}$$

Willie Wortel

Wil je weten hoe ik destijds dat getal berekende? Omdat $26 = 16 + 8 + 2$ kun je de uitkomst vinden door een computer herhaald te laten kwadrateren en dan nog twee vermenigvuldigingen. Stel dat $p = 27183$, dan bereken je $((p^2)^2)^2 \times ((p^2)^2) \times p^2$ en voila!
