Reactie op het vierde tussenproduct rekenen-wiskunde van Curriculum.nu

In dit vierde tussenproduct zijn de zes grote opdrachten vertaald in sets van bouwstenen waarin een korte en voorlopige schets van kennis en vaardigheden wordt gegeven. Bij deze bouwstenen staan kwesties genoemd die nog onderwerp van discussie zijn binnen het ontwikkelteam RW.

Vooraf
Nogmaals willen wij bedrukken dat het OT een goede prestatie heeft geleverd in de korte tijd en met het geringe aantal uren dat zij daaraan hebben kunnen besteden.

Dit heeft helaas wel tot gevolg gehad dat de onderbouwing of doordenking van een aantal gebruikte concepten niet voldoende duidelijk is geworden. Er zijn nog allerlei thema's en inhouden die een serieuze doordenking behoeven. We zullen er hieronder daarvan wat aangeven.
Het verbinden van domeinen aan wiskundige activiteiten, dan wel aan overstijgende vaardigheden lijkt nu wat willekeurig te zijn toegepast. Hierdoor lijkt er onderscheid te bestaan waar dat niet is. Het zou duidelijker zijn als de domeinen en de wiskundige activiteiten los te beschrijven, waardoor een doorgaande lijn voor zowel inhouden als activiteiten van leerlingen te herkennen is, die veel completer beschreven is dan nu het geval is..
Bovendien zou het begrip 'doorlopende leerlijn' duidelijker en explicieter leidend moeten zijn, niet alleen door onderwerpen in schooltypen en bouwen te positioneren, maar vooral door de verbanden qua inhoud en benadering te benoemen. Een doorgaande leerlijn staat voor een doorlopend leerproces en niet voor een serie opeenvolgende onderwerpen.
Hieronder geven we ook aan dat er meer nodig is, dan slechts eenmaal van een ontluikende fase te spreken. Het zou wenselijk zijn om overal een verkennende fase te benoemen en zonodig ergens in een bouw te positioneren. Dit geldt ook voor de latere fase van verdieping en verdere abstrahering. Die vormen met elkaar een geheel en dat moet helder zijn af te leiden uit de tekst.

Wat nu als (vrij losse) kennis en vaardigheden wordt benoemd, zou eigenlijk gebaseerd moeten zijn op (kern)inzichten. Door die leidend te maken versterk je de samenhang en de betekenis. In de toepassing gaan die inzichten immers vooraf aan het gebruik van vaardigheden.

Daarnaast zouden, vanuit onze visie, de bouwstenen nog veel scherpere en expliciete indicaties moeten bevatten in welke richting de maatschappij en het onderwijs zich ontwikkelen en welke consequenties dat heeft voor het reken-wiskundeonderwijs voor de toekomst.
Door een te geringe externe input van recente wetenschappelijke inzichten en de deskundigen die daarbij horen, blijft de inhoud soms heel erg bij het bestaande en dat is, in het licht van de aanleiding voor dit project, een gemiste kans

Wij betreuren het bovendien dat in de huidige opzet van Curriculum.nu een praktijktoets van de huidige voorstellen niet is voorzien. Het zou wenselijk zijn om de gedane voorstellen systematisch uit te proberen op scholen, ten minste op de aangesloten ontwikkelscholen, en dan ondersteund door deskundige begeleiding en waar nodig relevant nieuw materiaal. Het is bekend dat curriculumwijzigingen die bedacht worden door commissies, zonder systematisch uitproberen in een serieus aantal scholen, klassen en jaren, eigenlijk geen kans van slagen hebben bij de latere implementatie.

Kanttekeningen bij de bouwstenen
Wij geven hier onze kanttekeningen en vragen bij deze bouwstenen en gaan kort in op de genoemde kwesties.

Bouwstenen bij grote opdracht 1: De wereld draait om getallen (Getallen en bewerkingen)

1 Ontluikende gecijferdheid	aanvankelijk getalbegrip, (akoestisch) tellen, onderscheid tussen naamgetal en telgetal
2 Getallen en getalbegrip	verder tellen, tientallig stelsel, positiewaarde van cijfers in een getal, decimale getallen, benoemde en onbenoemde breuken, negatieve getallen, machten en wortels, irrationale getallen, logaritmen
3 Bewerkingen	splitsen van getallen, optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen, schattend rekenen, rekenen met decimale getallen, met negatieve getallen en met breuken

---

Het begrip *gecijferdheid* lijkt hier te worden gebruikt als een synoniem voor getalbegrip. Van Groenesteijn (2010) omschrijft gecijferdheid als:

Een persoon is gecijferd als hij adequaat kan handelen in functionele situaties waarin een beroep wordt gedaan op het rekenwiskundig denken en handelen. Hij is tevens in staat om zijn kennis en vaardigheden flexibel aan te passen aan nieuwe ontwikkelingen in een continu veranderende maatschappij en naar eigen kunnen bij te dragen aan deze ontwikkelingen.
Uit deze definitie blijkt dat er een veel bredere betekenis achter dit concept schuil gaat. Het lijkt ons belangrijk om dit concept wel in de bouwstenen te verwerken, maar niet als alternatief voor getalbegrip.

Alleen bij deze bouwsteen is er sprake van kennis en vaardigheden die als 'ontluikend' worden aangeduid. Er lijkt de suggestie vanuit te gaan dat dit verbonden is met de activiteiten van kleuters. Niet alleen zijn er meer bouwstenen waarmee kleuters al bezig (kunnen) zijn, maar wij zouden graag zo'n voorstadium van een inhoud niet slechts aan kleuters willen koppelen. De eerste actieve verkenning van de inhouden van zo'n grote opdracht kan prima een zelfde onderscheiden positie krijgen als die hier voor kleuters met 'ontluikend' wordt aangeduid. Zo'n verkennende, ontwikkelende, onderzoekende, uitproberende of handelende fase kan ook op andere momenten in de schoolloopbaan van kinderen plaatsvinden, afhankelijk van de betreffende inhouden. Wij stellen daarom voor bij elke bouwsteen die verkennende fase te onderscheiden en daarin te benoemen wat daar als eerste kennismaking passend en noodzakelijk is.

Bij 1 De aanduiding 'aanvankelijk getalbegrip' is nietszeggend. Het lijkt in ieder geval iets te moeten inhouden van het onderscheid tussen aantallen, getallen (als de namen voor die aantallen) en cijfers (waarmee die getallen zichtbaar gemaakt kunnen worden). Ook het bestaan van een volgorde en een functie zou daarbij horen. Naast die van telgetal en naamgetal is er ook die van volgordegetal (kardinaal, nominaal en ordinaal).

Bij 2 (getallen en getalbegrip) past ook aandacht voor de systematiek van de namen van getallen en de variatie daarbinnen, ook hoe dat verloopt bij grote getallen. Verder zou juist de relatie tussen deze concepten beter benoemd moeten worden en op welk moment welke relaties relevant zijn in de reken-wiskundige ontwikkeling van kinderen. Zo zijn binnen de introductie in het basisonderwijs decimale getallen ook een type breuken, aangepast aan het tientallig stelsel. Dit lijkt ook bij andere bouwstenen in het po niet als zodanig opgevat te worden. Voor een goed begrip van de betekenis van die komma in een getal lijkt dat in deze fase wenselijk, ook al maken ze later mogelijk kennis met reële niet-rationale getallen met een oneindig aantal decimalen. Het onderscheid tussen benoemd en onbenoemd bij breuken bestaat natuurlijk ook bij hele getallen.

Bij 3 (bewerkingen) staan vermenigvuldigen en delen (terecht) wel aan elkaar gekoppeld, maar optellen en aftrekken niet. Dit is wel noodzakelijk. Splitsen van getallen is in feite een vorm van aftrekken en optellen (5=3+2; 5=2+3; 5-2=3; 5-3=2), met als basis met materiaal handelend of daarvan aflezend bezig zijn. Een soort ontluikend optellen en aftrekken dus…
Hier staat ook schattend rekenen genoemd, terwijl het daarmee verbonden *afronden* pas in bouwsteen 13 genoemd wordt, samen met *onnauwkeurigheid* en *foutmarge*. Dit zijn aspecten die (ook) nauw verbonden zijn aan schatten.

Kwestie 1 noemt het belang van die beginfase van het verwerven van getalbegrip als reden om daarvan een aparte bouwsteen te maken. Dat is te verdedigen als die fase vooral ook gezien wordt als voortbouwen op ervaringen en voorkennis en van daaruit bewust worden wat de rol van aantallen, getallen en cijfers is en hoe je die met elkaar kunt verbinden en vergelijken. Zoals hiervoor al opgemerkt, zien wij zo'n verkennende fase graag bij meer grote opdrachten terug.

Kwestie 2 gaat voorbij aan de relatie tussen breuken, decimale getallen en verhoudingen. Het uitvoeren van berekeningen bij optellen en aftrekken van breuken en de noodzaak om dan in bepaalde gevallen te zorgen voor gelijke noemers (en wat dit dan concreet betekent) hoeft wat ons betreft niet naar het vo, mits dergelijke bewerkingen ook te verbinden blijven met benoemde getallen. Dit geldt ook voor *delen door* in de betekenis van *verdelen over,* zoals 1½ : ¼ uitgevoerd als een fles cola verdelen over bekers van een kwart liter. Temeer omdat 1,5 : 0,25 (als deling met decimale getallen) waarschijnlijk wel gehandhaafd zal blijven. Dit illustreert dat concepten op verkennend en informeel niveau prima al op jongere leeftijd aan de orde kunnen komen als allerlei formele bewerkingen met formele notaties en bedachte compliceringen naar later geschoven worden.

Bouwsteen bij grote opdracht 2: Alles verhoudt zich tot elkaar (Verhoudingen)

4 Verhoudingen	herkennen wanneer een situatie een verhoudingssituatie is, verhoudingsproblemen, onderscheid absoluut en relatief, procenten, schaal, breuken als 'deel van', samengestelde grootheden, vergroten en verkleinen, relatie met exponentiële verbanden en evenredigheid, relatie tussen breuken, procenten, kommagetallen en verhoudingen.

Bij 4 zien we het onderwerp 'verhoudingen' dat zich prima leent voor een uitgebreide verkennende voorfase. Niet alleen is er de taalkwestie die hierbij speelt: wat is 'groot', 'veel' of 'hoog' zonder de vergelijking met iets anders? In feite is er dan impliciet of expliciet al sprake van een verhoudingssituatie. Ook het spelen met poppen en autootjes of met allerlei bouwmaterialen is gebaseerd op een vergelijking met de werkelijkheid. Kinderen merken ook wel op dat het vreemd is. als een personenautootje groter is dan wat een grote vrachtwagen moet voorstellen. Daarvoor hoeven ze het begrip schaal nog niet te kennen en ook de bijbehorende getallen zijn daarvoor niet nodig. Dergelijke ervaringen vormen de basis voor het rekenen met verhoudingen en het hanteren van schaal.
Het verschil tussen absolute getallen en relatieve getallen is ook zo'n basis die speelt bij het gebruik van breuken. In een benoemde breuk is dan sprake van een absoluut getal. Het stukje van iets is letterlijk een deel van het geheel. Bij een schaalmodel is die kleinere versie geen deel van het oorspronkelijke geheel. Het ontwikkelen en verwoorden van dit inzicht is ook op te vatten als 'ontluikend' bezig zijn met breuken en verhoudingen.

Kwestie 3 stelt de vraag of bouwsteen 4 moet worden opgesplitst. Dat lijkt ons inderdaad aan te bevelen. Daarnaast zou een veel uitgebreidere theoretische en didactische onderbouwing gegeven moeten worden over hoe het denken in (relatieve) verhoudingen ten opzichte van (absolute) aantallen als essentiële bouwsteen in het hele programma als doorgaande lijn kan (en moet) terugkomen. Ook is er een sterk verband met het domein 'meten en meetkunde'.

Bouwstenen bij grote opdracht 3: Vormen en maten staan in de ruimte (Meten en meetkunde)

5 Meten	vergelijken en ordenen in taal van lengten en afmetingen, informele, referentie- en standaardmaten, meeteenheden omrekenen, klokkijken en rekenen met tijd, eenheden van geheugenomvang, (informele) meetinstrumenten gebruiken
6 Vorm en ruimte	vlakke en ruimtefiguren, congruentie en gelijkvormigheid, kijklijnen, evenwijdig, snijden en kruisen, aanzichten, doorsneden, 2D-voorstellingen van ruimtefiguren, plattegronden, uitslagen, hoeken en hun eigenschappen, symmetrie, coördinaten, plaatsbepaling, routes, vectoren, speciale lijnen in driehoeken, omgeschreven en ingeschreven cirkel, stelling van Thales, raaklijnen, meetkundig construeren met en zonder digitale hulpmiddelen, perspectief
7 Rekenen in de meetkunde	lengten en afmetingen, omtrek, oppervlakte, p, inhoud, afstanden, stelling van Pythagoras, hoekmaten, goniometrische verhoudingen, sinus- en cosinusregel, meetkunde in coördinaten, meetkundige plaatsen, niet-euclidische meetkunde, vectormeetkunde

Bij 5 en 7 komen wij wat in verwarring doordat meten het vaststellen van lengten en afmetingen, omtrek, oppervlakte, inhoud en afstanden is. Meten is inderdaad gebaseerd op vergelijken met een maat, eerst informeel, later met een standaardmaat, maar dat doet aan die handeling 'meten' niets af: daar komen getallen of ten minste hoeveelheden aan te pas, maar daar horen ook handelingstermen bij, zoals bedekken of vullen.
Ook ontbreekt hier elke verwijzing naar hedendaagse meetinstrumenten, de rol van digitale, decimale displays, het effect van weergaven op allerlei beeldformaten en software die ruimtelijk ontwerpen (inclusief draaien, zoomen, etc) mogelijk maakt.
Ook het feit dat 'rekenen met tijd' wel bij meten staat en niet bij rekenen in de meetkunde draagt bij aan de verwarring over de definitie van 'meten'. Wij stellen daarom voor een andere indeling te maken, waarbij misschien ook weer zo'n 'verkennende' fase zou passen. In feite zijn spel in de bouw- en constructiehoeken en het inrichten van het lokaal of van een thematentoonstelling ook al voorbeelden van praktische verkenning van vorm en ruimte
Verder staat 'geheugenomvang' vermeld, waarmee natuurlijk een digitaal geheugen wordt bedoeld en niet ons werkgeheugen. Hier speelt wel het verschil in betekenis van de voorvoegsels: kg is 1000 gram, maar kB is binnen het binaire stelsel eigenlijk 1024 Byte. Daarvoor is de nog weinig gebruikte term KibiByte met als afkorting KiB geïntroduceerd. Er zou kortom meer aandacht moeten zijn voor hedendaagse ontwikkelingen.

Kwestie 4 bepleit 'geld' niet meer op te vatten als een vorm van meten, maar als een context voor decimale getallen. Dat lijkt een realistische benadering, maar wel een wat beperkte. 'Geld' kan immers juist ook voor grote getallen als miljoen, miljard et cetera al heel snel in een verkennende fase bij grote getallen als context aan de orde komen. Los daarvan is het van belang dat decimale getallen wel eerst vanuit de systematiek van het talstelsel zijn geïntroduceerd, zodat kinderen kunnen snappen wat ze betekenen en dan met name wat het deel van het getal na de komma betekent. Juist die dubbele betekenis van getallen bij geld, zou model kunnen staan voor andere onderwerpen, waar ook sprake zou kunnen zijn van een dubbele positionering binnen de domeinen.

Kwestie 5 vraagt welke benadering van meetkunde in de bovenbouw van havo en vwo moet krijgen. Daar hebben we op dit moment nog geen voorkeur voor. Bij de mogelijke keuzes lijkt men echter vooral achterom te kijken. Wij zouden willen aanraden te onderzoeken, of de relevantie binnen andere vakken daarvoor te raadplegen, welke elementen van meetkunde relevant zijn voor de toekomst van leerlingen: zoals bij digitaal 2D en 3D ontwerpen (en printen?), 2D representaties van 3D-voorwerpen en 3D-situaties, omgaan met navigatie op allerlei schaalgrootte, etc.

Bouwstenen bij grote opdracht 4: Verbanden beschrijven relaties (Variabelen, verbanden en formules)

8 Verbanden, verschijningsvormen en vergelijkingen	tabellen, grafieken, formules, patronen herkennen en beschrijven, verbanden duiden, variabelebegrip, letterrekenen, oplossingsstrategieën voor vergelijkingen, ongelijkheden en voor stelsels vergelijkingen, inverse, verschuiven en vervormen, inter- en extrapoleren, som- en verschil van verbanden, samengestelde verbanden
9 Speciale verbanden	Lineaire, machts-, wortel-, exponentiële, logaritmische en periodieke verbanden, evenredig en omgekeerd evenredig, vergelijkingen en ongelijkheden oplossen met behulp van digitale hulpmiddelen, asymptoten, limieten, perforaties, parameterkrommen

Bij 8 zien we tabellen en grafieken staan, die later bij bouwsteen 11 ook weer terugkomen. In ieder geval voor het po is het wenselijk om heel helder te hebben in welk kader en met welke functie iets aan de orde komt. Hier ligt het accent op 'verbanden' en bij 11 op 'informatie en communicatie'. Het lijkt ons goed om die te verbinden omdat het zichtbaar maken van verbanden informatie oplevert.
Voor de andere onderdelen lijkt een verkennende fase nuttig, maar de onderzoeksvraag is hoe die in het po al kan beginnen.
Moet er niet staan *begrip 'variabele'*? Is de term 'letterrekenen' niet wat te informeel en zou 'rekenen met variabelen' niet eenduidiger zijn?

Bij 9 herkennen we nauwelijks onderdelen voor het po, hooguit *evenredig* en *omgekeerd evenredig* als verschijnselen in concrete toepassingen. Er zou een uitgebreidere onderbouwing moeten komen over het nut en de noodzaak van diverse varianten van zowel numeriek als algebraïsch (met computeralgebraprogramma's) oplossen. In de praktijk is een transformatie gaande (geweest) van handmatige algebra naar formules en algoritmes in software (o.a. spreadsheets), en naar wiskundige modellen en verder naar het koppelen van verschillende (geformaliseerde) berekeningsmodellen. Om dit op een goede manier bij leerlingen te ontwikkelen is een belangrijke modernisering voor dit onderdeel in onderbouw van havo en vwo absoluut noodzakelijk.

Kwestie 6 bepleit minder algebra in de ob van havo en vwo te laten voorkomen en om voor het uitrekenen van vergelijkingen meer ict te gebruiken, zoals dat buiten de school ook gebeurt. Dat lijkt een zinvolle keuze, mits de begripsmatige onderbouwing van wat er berekend wordt wel aanwezig is.

Bouwstenen bij grote opdracht 5: Hoe getallen spreken (Informatie, statistiek en kansrekening)

10 Kansen en kansverdelingen	tellen (combinatoriek), gebeurtenissen en kansen, (discrete en continue) kansverdelingen, rekenregels voor kansen, voorwaardelijke kans, verwachtingswaarde, variantie en standaarddeviatie, binominale verdeling, (standaard)normale verdeling, hypergeometrische verdeling, Poissonverdeling, exponentiële of negatief-exponentiële verdeling
11 Informatie en statistiek	weergeven en samenvatten van gegevens, populatie en steekproef, onderscheid causaliteit en correlatie, relativeren van exactheid van getalsmatige uitspraken, diagrammen en grafieken, indelen van gegevens in klassen, centrummaten, spreidingsmaten, grafische weergave centrum en spreiding, tijdreeksen, inter- en extrapoleren, schattingstheorie, hypothesetoetsen, groepen vergelijken, correlatiecoëfficiënt, regressieanalyse

Bij 10 kunnen zowel 'de kunst van het tellen' (combinatoriek), als 'gebeurtenissen en kansen' in basale

vorm en op concreet niveau in het po geïntroduceerd worden, zoals bij het werken met kralen en het gooien met een dobbelsteen. Ook hier is het daarom aantrekkelijk een 'ontluikende' fase te onderscheiden.

Bij 11 komen we 'weergeven en samenvatten van gegevens' en 'diagrammen en grafieken' tegen. Deze onderdelen benoemden we al bij 8 als zinvol, maar daar waren die dan wel verbonden met het onderwerp 'verbanden'. Ook begrippen als gemiddelde en spreiding zouden hiermee verbonden kunnen worden, mits die passen binnen een betekenisvolle context, waardoor het herkennen daarvan als zinvol kan worden ervaren. Ook dit past bij een 'verkennende' fase.

Kwestie 7 benadrukt het belang van dit thema voor po en vmbo. Dat geldt niet voor alle onderdelen, maar wel voor wat we hiervoor signaleerden. Kansbegrip i.p.v. kansberekening

Kwestie 8 gaat hierop door en benadrukt het nut van factchecking. Ook dit kunnen we onderschrijven, al was het alleen al omdat dit bijdraagt aan echte gecijferdheid.

Kwestie 9 gaat vooral over manieren om dit onderdeel beter te laten aansluiten op volgend onderwijs (mbo, hbo en universiteit). Dat lijkt zinvol, maar is niet alleen leidend. Ook een analyse van wat er op dit moment in de praktijk gebruikt wordt is van belang. Ook veel vervolgopleidingen lopen op dit gebied nog ernstig achter de feiten aan.

Bouwstenen bij grote opdracht 6: Alles verandert! (Veranderingen en benaderingen)

12 Afgeleide en primitieve functie	veranderingen, toe- en afnamen, differentiequotiënt, differentiaalquotiënt, hellinggrafiek, afgeleide functie, Riemannsommen en integralen, (rekenregels voor) differentiëren en integreren, continuïteit, plaats, snelheid en versnelling, analyse van continue dynamische modellen met digitale hulpmiddelen, oplossingsstrategieën voor differentiaalvergelijkingen
13 Numerieke wiskunde	afronden, onnauwkeurigheid, foutmarge, benaderingsstrategieën, numeriek vergelijkingen oplossen, numeriek differentiëren en integreren, numeriek oplossen van differentiaalvergelijkingen

Bij 12 zien we veel kennis en vaardigheden die het po te boven gaan. Wel kunnen praktische experimenten met de hellingshoek van een glijbaan en de daarmee verbonden snelheid en de combinatie van snelheid per seconde of snelheid per uur ingangen bieden voor wat ontluikende ervaringen.

Bij 13 zien we de vaardigheid afronden, die we al eerder graag verbonden zagen met schatten.

Kwestie 10 gaat grotendeel over keuzes in het vo. Wij zouden ook hier een verkennende fase bij deze onderdelen zinvol vinden.

De uitwerking van bouwsteenset 11 onderscheidt 'lagere leerjaren' en 'hogere leerjaren' in het po. Is dat globaal de indeling 1-4 en 5-8? In dat geval zou het wel kunnen passen, al zal die grens niet zo scherp liggen.
Wanneer is vaktaal informeel en wanneer formeel?
Het is wel belangrijk dat dit soort ervaringen, instrumenten en concepten gekoppeld zijn aan handelen en aan betekenisvolle contexten, bij voorkeur vanuit de wereldoriëntatie of het thema dat overkoepelend gebruikt wordt. Dit impliceert dat hierbij uitdrukkelijk hogere-orde denkvaardigheden aan de orde zijn, waarbij het handelen, denken, redeneren, probleemoplossen van kinderen centraal staat. Het is, naar wij hopen, overbodig te melden dat in de rekenles louter instructie geven voor de hier beoogde doelen ernstig tekort zou schieten.

Namens het bestuur van de NVORWO

Dolf Janson
secretaris