Reactie NVORWO
Dungedrukte tekst is citaat uit het tussenproduct; vetgedrukte tekst (m.u.v. de koppen) is commentaar daarop.

Grote opdracht 1: Getallen en bewerkingen

De wereld om ons heen zit vol getallen: in het verkeer, de winkel, de keuken, in de beroepspraktijk, op internet en op de beurs. In onze maatschappij zijn steeds meer digitale hulpmiddelen die het complexere rekenwerk kunnen overnemen. Deze verandering heeft impact op de aard van op te lossen problemen en op de wijze waarop we problemen oplossen, de wijze van redeneren en op de wijze van communiceren.

Als dit het uitgangspunt is, dan moet dit ook (meer) uit de uitwerking blijken.

- **Schattend rekenen is voor meer nuttig dan alleen als controle. In veel situaties in de echte wereld is schatten voldoende en is precies uitrekenen niet nodig om een beslissing te kunnen nemen.**
- De getallen waarmee leerlingen rekenen worden steeds groter **maar daarbij zijn het snappen van wat er berekend moet worden en welke getallen daarvoor nodig zijn en vooraf een schatting kunnen maken van de uitkomst voor de toepassing belangrijker bij grotere getallen dan het (cijferend) zelf precies kunnen uitrekenen. Het gebruik van een rekenapp is dan logischer, maar daarna is de conclusie op basis van die uitkomst weer wel belangrijk: wat weet ik nu of wat moet ik nu doen, als dit de uitkomst is?**

Bijvoorbeeld als het gaat om doceren van medicijnen, salaris en wisselgeld.
Lesgeven door een docent is wat anders dan een dosis vaststellen..: doseren.

Zo leren ze de tientallige structuur in ons talstelsel.
maar dat is dan wel van nul t/m negen en niet van een t/m tien en dat is niet voor iedereen vanzelfsprekend.

Ook voor deze getallen geldt dat getallen aanvankelijk aan betekenisvolle contexten gekoppeld worden, zoals aan geld: € 1,28.
Als je dan toch een voorbeeld geeft, kies dan iets dat echt betekenisvol is doordat dit in het echt voorkomt. Dit bedrag is geen voorbeeld van een echte prijs en qua grootte ook niet logisch aan iets te koppelen.

Grote opdracht 2 : Verhoudingen

Hier ontbreekt aandacht voor het verschil tussen ‘hoeveelheidsgetallen’ en ‘verhoudingsgetallen’ en de gevolgen voor bewerkingen daarmee.
Verhoudingsgetallen (inclusief percentages) kun je niet zomaar bijelkaar optellen, zoals bij getallen die een concrete hoeveelheid aanduiden wel mogelijk is.
Dit geldt ook voor breuken die in de praktijk buiten de rekenles vaak verwijzen naar iets concreet aanwijsbaars en niet primair naar de verhouding tussen het deel en het geheel.

Ook het verschil tussen procent en procentpunt missen we, terwijl dat bij het voorbeeld over de stijging van het btw-percentage mooi zou passen.

Grote opdracht 3: Meten en meetkunde

Door met een wiskundige bril naar de wereld te kijken ontwikkelt de leerling een gevoel voor ruimte, grootte, omvang en plaats. Het domein *Meten en meetkunde* bevat contexten en onderdelen die de nieuwsgierigheid prikkelen en zo een onderzoekende houding uitlokken. De beschikbaarheid van (digitale) hulpmiddelen die het fysieke handelen uit handen kunnen nemen en/of tekeningen maken, geeft het zelf construeren en meten met wiskundige gereedschappen een andere functie. Denk bijvoorbeeld aan het meten van lengtes met behulp van een laser tot op de millimeter nauwkeurig in plaats van met bijvoorbeeld een rolmaat.
Ook al vermindert deze ontwikkeling de nadruk op het zelf kunnen uitvoeren, begrip van en vaardigheid in meten en het construeren van vormen en figuren volgens vaste of meer flexibele procedures blijft van groot belang voor verdere wiskundige ontwikkeling, voor maatschappelijke redzaamheid en (na)controle.

Dit is weer een bredere blik op de inhoud en mede gericht op de (toekomstige) toepassing. Dit zou ook bij de andere onderdelen (grote opdrachten) meer nadruk moeten krijgen.

En er verdwijnen eenheden verschijnen nieuwe eenheden. Oude eenheden als 'duim' en 'ons' hebben plaatsgemaakt voor de standaard-eenheden als 'meter' en 'kilogram'.

Dit laatste voorbeeld is niet de praktijk. Afmetingen van stoffen, hout en doorsnedes van buizen enz. drukt men uit in millimeters. Gewichten gaan per gram (100 g of 500 g), vaak gekoppeld aan een prijs per dat gewicht. Dan staat er niet 0,1 kg.

Het domein Meten leent zich ook goed als context voor een verder begrip van het getalsysteem, met de tientallige structuur. Denk bijvoorbeeld aan de tientallige structuur van het metriek stelsel.

Ook hier dreigt weer het gevaar dat het 'tientallig systeem' verkeerd wordt geïnterpreteerd, als de toelichting daarop ontbreekt. Ook hier gaat het weer van nul t/m negen: na 9 mm komt 1 cm en 0 mm en na 9 cm en 9 mm komt 1 dm en 0 cm en 0 mm.

Het goed benutten van de samenhang tussen de grote opdrachten 'Getallen en bewerkingen' en 'Meten en meetkunde' kan bijdragen aan een reductie van de leerstof.

In feite is dat niet een reductie van de leerstof, maar een grotere effectiviteit en efficiëntie van het leerproces. Het gaat dan niet om het leren van losse feitjes, maar om het snappen en herkennen van samenhang en een toepassing van wat al eerder aan de orde kwam, zoals dat inzicht in ons tientallig stelsel.

Meten gaat om het bepalen van grootte en omvang van grootheden, hetgeen de leerling tot uitdrukking brengt in maten.

Het is duidelijker als er zou staan: de leerling bepaalt de grootte door vergelijking met een daarbij passende maat. Dit klopt als de lengte of een afstand wordt vergeleken met de lengte van de eigen schoen, maar ook als die wordt vergeleken met een standaardmaat, zoals meter of hectometer. De basishandeling bij meten is vergelijken en de gekozen maat daarbij moet in verhouding staan tot wat gemeten wordt, zoals het woord vergelijk**en al suggereert.**

Daarnaast is er overlap tussen meten en meetkunde.

Zou het niet juister zijn om te vermelden dat meten en meetkunde elkaar aanvullen door vanuit een ander perspectief naar de werkelijkheid te kijken?

Meten en meetkunde lenen zich ook goed om de denk- en werkwijzen Probleemoplossen en Logisch redeneren te ontwikkelen.

Deze 'denk- en werkwijzen' zijn hierop inderdaad toepasbaar, maar dit geldt voor alle onderdelen van rekenen/wiskunde, mits de aanpak dit voldoende uitlokt en faciliteert. Het feit dat er hier gesuggereerd wordt dat er meer ruimte is hiervoor, zegt (waarschijnlijk) iets over de verschillende brillen waarmee naar de verschillende grote opdrachten wordt gekeken blijkbaar.

Grote opdracht 4: Variabelen, verbanden en formules

Deze Grote opdracht vertoont een sterke samenhang met de Grote opdrachten *Getallen en Bewerkingen, Verhoudingen, Meten en Meetkunde,* en *Veranderingen en benaderingen*. Bij het ontdekken van patronen, voor het leggen van verbanden en het opstellen van formules is een goed fundament van getalbegrip essentieel. Ook spelen verhoudingen vaak een grote rol evenals het kunnen interpreteren van schematische weergaves. In de leergebieden Mens & Natuur en Mens & Maatschappij wordt veelvuldig gewerkt met verbanden en formules. Deze Grote opdracht *Variabelen, verbanden en formules* leent zich voor uitwisseling tussen leergebieden en voor samenvoeging van leerstof.

Het is wat merkwaardig dat dit onderwerp apart staat, terwijl het een essentie weergeeft van alle andere grote opdrachten. Nu lijkt het alsof die verbanden en die kansen op uitwisseling tussen leergebieden iets extra's is, terwijl het juist een kenmerk van die andere wiskunde-onderwerpen zou moeten zijn. Zonder het benutten van verbanden binnen en tussen getallen, bewerkingen, verhoudingen en meten/meetkunde, ontstaat er bij de leerlingen toch geen inzicht in de achterliggende principes en de betekenis voor de toepassing hiervan? Dit is toch precies waarom ze wiskundeonderwijs krijgen en dat is niet om toetsen goed te kunnen maken.

Een formule is een middel om efficiënter met complexere situaties om te kunnen gaan. Zij beschrijft volgens welke rekenstappen de waarde van een variabele berekend kan worden als die van de andere variabele bekend is. Leerlingen leren dat de plaats van een getal in een (woord)formule bepalend is voor de betekenis van het getal.

Klopt dit wel? Dit lijkt een te oppervlakkige omschrijving die meer ingaat op de vorm dan op de functie. Een formule is de algoritmische weergave van een verband, gericht op het berekenen of inzichtelijk maken van het effect of gevolg van iets dat met getallen wordt weergegeven.

Grote opdracht 5: Data, statistiek en kans

Door via een wiskundige bril te kijken, leren leerlingen kritisch te reflecteren op informatie. Deze reflectie stimuleert een onderzoekende houding en versterkt de nieuwsgierigheid van leerlingen. Met deze houding neemt hun bewustzijn van de wereld om hen heen toe. De beschikbaarheid van steeds meer en diverse informatie, verandert ook het maken van afwegingen. Daarom is begrip van en vaardigheid in het omgaan met gegevens volgens vaste of meer flexibele procedures van groot belang.

Dit is inderdaad belangrijk voor het adequaat omgaan met (getalsmatige) informatie. Een afwisseling van vaste en flexibele procedures is belangrijk, maar dan moeten de leerlingen wel vanaf het begin eraan wennen dat zelf denken en interpreteren en op basis daarvan conclusies trekken of keuzes maken, ook leidt tot flexibel omgaan met mogelijke aanpakken. Dit stelt eisen aan de manier waarop wiskundeonderwijs gegeven wordt en de vanzelfsprekendheden die daarmee verbonden zijn. Door dit hier even te noemen, zal dat niet automatisch worden geïntegreerd in de manier waarop die andere onderdelen worden aangeboden en opgebouwd. In veel praktijken is rekenen en wiskunde niet iets dat met flexibiliteit wordt geassocieerd en is eerst zelf mogen denken en verwoorden niet vanzelfsprekend… Dit vraagt dus meer integratie van die bouwstenen.

Grote opdracht 6: Veranderingen en benaderingen

Bijzonder dat 'veranderingen' een apart onderwerp is. De reden dat je getallen gebruikt en bewerkingen uitvoert, metingen verricht, verhoudingen vaststelt en in percentages uitdrukt, is vrijwel altijd omdat er iets verandert of veranderd is of gaat veranderen. Als alles gelijk bleef, was wiskunde een stuk minder nuttig of interessant. Veranderingen vormen de reden om deze inzichten en vaardigheden te verwerven. Daarom moet dit perspectief ook weer vanaf het begin integraal onderdeel zijn van de grote opdrachten hiervoor.

Grote opdracht 7: Gereedschap en technologie gebruiken

De moderne technologie reikt gereedschap aan waarmee wiskundig handwerk verlicht en verricht kan worden. Daarnaast biedt ze mogelijkheden om wiskundige vraagstukken te verkennen, te onderzoeken en soms ook op te lossen. In de huidige tijd is het gebruik van technologie niet meer weg te denken. Denk bijvoorbeeld aan het gebruik van navigatie in het verkeer of gebruik van spreadsheets. Het heeft voor leerlingen meerwaarde in te zien dat deze technologie ook zijn dienst kan bewijzen in het leergebied Rekenen & Wiskunde. En dat ze in staat en bereid zijn dit op doordachte en verantwoorde wijze te gebruiken.

Dat er allerlei technologie bestaat zal voor leerlingen niet de grootste verrassing zijn. De echte verandering komt als die technologie integraal onderdeel mag zijn bij het verwerven en toepassen van wat in die grote opdrachten staat beschreven. Dat heeft dan namelijk consequenties voor de accenten die binnen zo'n leerstoflijn worden aangebracht. Als een som als 348 x 6783 niet meer onder elkaar geoefend hoeft te worden, maar wel begrepen en geschat moet kunnen worden, omdat de rekenapp de berekening uitvoert, dan leidt dit tot wat andere doelen en een andere manier van bewijzen dat die doelen bereikt zijn. Inzicht in (het effect van) zo'n bewerking verwerven, vraagt ook om anders oefenen.

Datzelfde geldt voor het gebruik van spreadsheets bij het uitvoeren van meer complexe berekeningen. Hier zal het accent meer liggen op het leren gebruiken van de (juiste) formules en het interpreteren van de uitkomsten.

Het woord 'rekenmachine' lijkt wat gedateerd, nu dergelijke programmaatjes op elke smartphone te vinden zijn.

Voorbeelden van *Gereedschappen en technologie gebruiken* in de verschillende Domeinen.

Bij sommige van die voorbeelden staat een uitleg en bij andere niet. Waarom dat verschil?

Grote opdracht 8: Probleemoplossen

Het leergebied Rekenen & Wiskunde draagt ertoe bij keuzen op onderbouwde wijze te maken. Ook in het dagelijks leven doen zich situaties voor die als probleem beschouwd kunnen worden. Voorbeelden zijn: berekenen hoeveel belasting je moet betalen over een vermogen, op hoeveel vakantiedagen je recht hebt, of hoeveel studieschuld je opgebouwd hebt.

Berekenen als voorbeeld van probleemoplossen lijkt ons niet typerend, want dat is eerder een gevolg daarvan. Probleemoplossen vraagt om het herkennen van het probleem en van de elementen die daarin een rol spelen, om die vervolgens

zodanig te verbinden en/of te (her)ordenen dat duidelijk is wat er berekend kan worden.

Problemen kunnen verdeeld worden in wiskundeproblemen, bijvoorbeeld 'Bereken de som van de getallen 1 tot en met 100', en toepassingsproblemen, bijvoorbeeld 'Met hoeveel procent stijgen de prijzen als de BTW stijgt van 6% naar 9%?'. Niet elk toepassingsvraagstuk is een probleem. Als je een toepassingsvraagstuk kunt oplossen op routinematige wijze, is het (voor jou) een routinevraagstuk. Voor veel leerlingen zal op een bepaald moment een vraagstuk als "Wat moet je betalen als je 20% korting op een kledingstuk van € 69,95 krijgt?" een routinevraagstuk zijn.

Dit is weer een merkwaardig onderscheid. Het verschil bestaat alleen uit wel- en niet-benoemde getallen. Elders in het document noemen jullie dat een vorm van abstractie. Voor het handelen van de leerling maakt dat niet een essentieel verschil, want in beide gevallen gaat het om het herkennen en interpreteren van het 'probleem' en op basis daarvan kiezen van een aanpak, een (her)ordening van de gegevens, het uitvoeren van een berekening en een check of de uitkomst daarvan kan kloppen binnen de context van het probleem.
Het is wat misleidend om een tegenstelling te creëren tussen een 'wiskundeprobleem' en een 'toepassingsprobleem', alsof je voor toepassing geen wiskunde nodig hebt of dat wiskunde geen toepassing behoeft.
Dat de voorkennis en ervaring daarin een rol spelen is niet vreemd, want dat geldt bij elk vak. Bij leren lezen is een tekst voor de een moeilijk en voor een ander eenvoudig. Dat ligt dan niet aan die tekst.
De vraag is hierbij eerder of de leerlingen wel voldoende ervaring hebben kunnen opdoen met het afwijken van standaardaanpakken en het doorbreken van routines.

Grote opdracht 9: Abstraheren

Abstraheren in de betekenis van generaliseren vormt een belangrijke denkwijze in de wiskunde.

Wordt hier echt bedoeld 'in de betekenis van' of meer 'met als doel te kunnen'? Abstraheren wordt de ene keer gebruikt als 'loskoppelen van een concrete betekenis', maar elders (bouwsteen 9.1) als 'het gebruiken van een verzamelnaam'.

(Voorbeeld van abstraheren) Jonge leerlingen leren te praten over 'drie' zonder daarbij nog te denken aan een hoeveelheid.

In de werkelijkheid gaat het bij peuters vaak juist andersom: ze kennen het woord drie al, maar hebben daarbij nog geen betekenis voor ogen. Later volgen dan de hoeveelheid drie, het getal drie (als de naam van die hoeveelheid) en het cijfer drie, waarmee je dat kunt noteren. In die fase lijkt het cijfer abstracter dan het getal, omdat dit nog sterk verbonden is met een hoeveelheid ('wijs eens drie aan…')

Grote opdracht 10: Logisch redeneren

Logisch redeneren in dit leergebied gaat over beweringen, stellingen, eigenschappen, het aantonen of weerleggen daarvan én over het opsporen van stellingen en eigenschappen. Met een logische redenering kan worden aangetoond of een bewering of stelling waar is of niet.

In de voorbeelden wordt weer het ontbreken van voorkennis genoemd. Dat is toch niet typerend voor goed en toekomstgericht onderwijs? De logica van een redenering is altijd gebaseerd op de al aanwezige kennis en kan niet zijn gebaseerd op nog niet aanwezige kennis. Een probleem kan wel nieuwsgierig maken naar onderliggende principes en behoefte aan meer kennis oproepen, maar dat is niet de essentie van deze grote opdracht, maar hoort eerder bij probleemoplossen.

Manieren van redeneren vraagt niet alleen om kennismaking met die drie vormen, maar ook om aandacht voor het kunnen herkennen wanneer welke vorm het meest passend is.
Ook een zorgvuldig taalgebruik is hierbij een belangrijk aandachtspunt. Redeneren is (minstens ook) een taalvaardigheid en moet daarom niet als een (exclusieve) wiskundevaardigheid behandeld worden.
Bovendien vraagt leren redeneren en het waarderen van een goede onderbouwing het doorbreken van de overtrokken aandacht voor het 'goede antwoord' die in veel rekenlessen de boventoon voert.

Grote opdracht 11: Representeren en communiceren

Representeren is het weergeven van wiskundige objecten en bewerkingen met behulp van symbolen en benamingen. Het belang van het gebruik van correcte termen en symbolen is vooral gelegen in de noodzaak over wiskunde te kunnen communiceren en een en ander aan anderen te kunnen uitleggen.

Dit gaat dus over taalvaardigheid en woordenschat en is niet specifiek voor wiskunde. Elk vak vraagt dat de juiste termen gebruikt worden en de verbanden en onderlinge effecten met de juiste woorden worden weergegeven. Dat maakt het niet minder belangrijk, maar het moet niet als exclusief voor wiskunde worden gebracht. Het oefenen daarmee kan daarom ook onderdeel van taalonderwijs zijn.
In dat kader is aandacht voor woordenschat, inclusief synoniemen (doorsnede of diameter) ook van belang.

Grote opdracht 12: Modelleren

Wiskunde ontleent haar bestaansrecht aan de toepasbaarheid daarvan, die je door middel van wiskundige modellen kunt weergeven. Modelleren draagt er aan bij dat leerlingen wiskunde als betekenisvol en voorstelbaar ervaren. Kunnen modelleren draagt bij aan beter inzicht in de wereld om ons heen en in verschijnselen die zich in die wereld en daarbuiten voordoen.

Dit belang van wiskunde kunnen we onderschrijven. Daarom is het wat vreemd dat er hiervoor steeds een tegenstelling is gesuggereerd tussen wiskundeproblemen en het daarmee verbonden handelen en toepassingsproblemen, alsof dat ver uit elkaar staat.
Het begrip model slaat enerzijds op schematische afbeeldingen (fase 3 van het handelingsmodel) en anderzijds op formules met cijfers en symbolen. Daarmee wordt de suggestie gewekt dat elk sommetje dat met cijfers en symbolen is genoteerd een voorbeeld is van modelleren. De vraag is of dat dit onderwerp duidelijker maakt.

Grote opdracht 13: Algoritmisch denken

Een algoritme is een verzameling vaste stappen in een vaste volgorde die leiden tot een zeker resultaat. Tegenwoordig kunnen apparaten ook deze algoritmen uitvoeren. Het is van belang dat leerlingen inzicht verwerven in dat dit kan en hoe dat in zijn werk gaat of zou kunnen gaan.

Dit raakt weer sterk aan zowel logisch redeneren als modelleren: inzicht in het probleem, analyseren van het (wenselijke) proces en systematisch beschrijven / noteren van de stappen, uitvoeren en controleren. Hoe specifiek is dit te onderscheiden binnen het po?

GENERIEKE AANBEVELINGEN BOVENBOUW VMBO, HAVO en VWO

Niet ‘normale verdeling’, maar ‘normaalverdeling’.

Bouwsteenset 1.1: Getallen

Leerlingen leren in het getalgebied tot ongeveer 1000 met inzicht om te gaan met getallen: doorzien en gebruiken van de tientallige structuur van ons talstelsel (bij het herkennen van de plaatswaarde van cijfers in getallen), vergelijken en ordenen van getallen, splitsen en samenvoegen en redeneren over getallen.

Nogmaals aandacht voor de consequentie: benoemen als 0 t/m 9, 10 t/m 19, enz. Dit moet ook op het gehoor kunnen, niet alleen als een getal met cijfers wordt weergegeven.

Mijn getal is oneven, ligt tussen 50 en 100 en de cijfers zijn opgeteld samen 8.

Cijfers zijn slechts grafemen en kun je dus niet optellen. Graag zorgvuldig formuleren.

Leerlingen maken in deze fase (bovenbouw po) ook kennis met eigenschappen van getallen, bijvoorbeeld even/oneven, priemgetallen.

Even/oneven komt ook al in de onderbouw ter sprake, bv. a.d.h.v. huisnummers en bij tellen met sprongetjes van twee.

getallen splitsen

De vraag hierbij is of je niet wat nadrukkelijker onderscheid moet maken tussen het splitsen van hoeveelheden (kan op vele manieren) en het splitsen van getallen. Bv. 58 bestaat uit vijftig en acht, want zo is dat getal samengesteld. Hierbij speelt de positiewaarde een hoofdrol.

breuken, gehele getallen en decimale getallen

Decimale getallen zijn meestal gemengde getallen en bevatten rechts van de komma dus een breuk. De notatie is anders en de variatie in noemers is beperkt, maar het zijn wel delen van één. Steeds worden decimale getallen niet gekoppeld aan breuken (zelfs eerder aan gehele getallen), terwijl het begrip daarachter in feite gelijk is.

Er is hierbij een grote samenhang met de breuk als deling en verhouding. Het gaat hier ook om de overgang van benoemde breuken naar onbenoemde breuken.

Je moet verschil maken tussen een breuk die een hoeveelheid benoemt (telt) en een breuk die een verhouding benoemt. Dit heeft consequenties voor de bewerkingen die hiermee uitgevoerd kunnen worden. Bekijk het ook vanuit het perspectief van de kinderen en in het perspectief van de toepassing. Wiskunde is om toegepast te worden, dus is er niet eenrichtingverkeer naar onbenoemde getallen.

In bijna alle leergebieden komen leerlingen in aanraking met getallen en **daarvoor is** getalbegrip noodzakelijk.

Dit vraagt zorgvuldig daarbij passend taalgebruik en de notatie daarvan.

In het po is het van groot belang dat er veel aandacht uitgaat naar de begripsvorming van breuken. Leerlingen maken kennis met de verschillende verschijningsvormen van breuken. Te denken valt aan de breuk als een deel van een geheel en als meetgetal. Maar ook als uitkomst van een deling. Binnen het domein verhoudingen gaat het erom dat leerlingen kennis maken met de breuk als verhouding en als factor. Deze brede basis is van groot belang en noodzakelijk voor verder inzicht in de basis van bewerkingen van breuken.

Dit is toch te herleiden tot de begripsfase die voorafgaat aan het gebruiken van procedures voor bewerkingen en is daardoor niet anders dan bij nietgebroken getallen.

Daarnaast gaat het om het kennismaken met en het gebruik van wiskundetaal met betrekking tot breuken. Daar waar het in de onderbouw gaat om ‘de helft’ en ‘een kwart’ gaat het in de bovenbouw om ‘teller’, ‘noemer’, ‘een vierde’, een achtste’ etc.

De handelings- en begripsfase kun je toch niet los zien van het gebruik van correcte termen. Die horen toch bij de kennismaking en het verwoorden van het handelen daarbij. Laat in dit soort beschrijvingen ook steeds de samenhang en de noodzakelijke verbanden zien!

Daarnaast gaat het er binnen begripsvorming ook om dat er aandacht is voor de overgang van 'benoemd' naar 'onbenoemd'. De breuken dienen voor leerlingen het karakter te krijgen van objecten die hun betekenis ontlenen aan een netwerk van rekenkundige relaties. Hier ligt een uitermate geschikte link met de denk- en werkwijze 'Abstraheren'. Bijvoorbeeld bij ¾ zou het onder meer gaan om getal-relaties als ¾ = ¼ + ¼ + ¼ .

Maar deze abstractie moet wel zijn gebaseerd op het handelen in concrete situaties, anders zijn het heel snel loze weetjes die zich niet laten toepassen.

Bovenstaande valt nog allemaal onder begripsvorming. Het gaat niet om de bewerkingen maar de onderlinge relaties en de verschijningsvormen van breuken. Bewerkingen met breuken worden in bouwsteenset 1.2 'Bewerkingen' beschreven. Dit dient een prominente plek te krijgen in het curriculum van het primair onderwijs.

Dan moet het ontwikkelen van dat begrip wel centraal staan, dus vanuit het handelen en het verwoorden daarvan worden uitgelokt. Het mag echter niet stoppen daarmee, want bewerkingen zijn onderdeel van dat begrip. Waarom zou je getallen leren kennen, als daarmee geen handelingen mag beschrijven in de vorm van bewerkingen.
De laatste zin van het stukje (beginnend met Dit dient) zou beter de op een na laatste zin kunnen zijn, want nu lijkt 'dit' op de bewerkingen te slaan.

Bouwsteenset 1.2: Bewerkingen

Jonge kinderen leren al vroeg handelend met bewerkingen bezig te zijn: ze verdelen snoepjes, ze tellen de ogen van twee dobbelstenen bij elkaar. In de eerste jaren van het primair onderwijs leren leerlingen optellen en aftrekken en leren ze de bijbehorende formele rekentaal. Later komt daar vermenigvuldigen en delen bij. Gememoriseerde kennis van de optellingen en aftrekkingen tot 20 en de (vermenigvuldig)tafels tot en met 10 is onmisbaar voor het verdere rekenen.

Zoals optellen en aftrekken met elkaar verbonden zijn en elkaars omgekeerde zijn, zo geldt dat ook voor vermenigvuldigen en delen. Dat moet je niet uit elkaar trekken en dus moeten de deeltabellen tegelijk met de vermenigvuldigtabellen aan de orde komen (en niet verbannen naar de bovenbouw. Zo kunnen ze de samenhang benutten en krijgt delen niet de status van 'moeilijk'. Bovendien spaart dat veel tijd en ook dat was een doel van deze herziening.

Leerlingen leren met name binnen het getalgebied met gehele getallen tot 100 met inzicht verschillende strategieën te gebruiken waarbij ze gebruik maken van de eigenschappen van getallen en (relaties tussen) bewerkingen (handig rekenen). Te denken valt aan: compenseren en verwisselen.

Het is aan te bevelen hier niet te spreken van 'handig' rekenen, maar van 'flexibel' rekenen. Het is belangrijk dat kinderen gebruik maken van de kenmerken van getallen. Zo is 72-69 weliswaar een aftrekking, maar het is vanwege de nabijheid van beide getallen logisch om hier aan te vullen. Alertheid op zulke kenmerken maakt ook de toepassing van afronding en compensatie of verwisselen van getallen haalbaar voor veel leerlingen. Dit doorbreekt de misvatting dat kinderen gebaat zouden zijn bij één vaste aanpak bij elke bewerking.

Logisch redeneren: Waarom mag je de getallen bij optellen wel verwisselen en bij aftrekken niet?.

Bij aftrekken verwissel je ook getallen, maar andere 12-7=5 en 12-5=7
Dit moet dus weer gebaseerd zijn op handelen, perspectiefwisseling en begrip. Zoals het hier staat genoemd klinkt het als een (verwissel)trucje, terwijl het juist moet zijn gebaseerd op inzicht in de samenhang.

Fase 2 (po bovenbouw)
Daarnaast leren leerlingen gebruik maken van digitale gereedschappen, zoals de rekenmachine.

Nogmaals, een rekenmachine klinkt wat gedateerd, zeker in het po, waar heel gewone bewerkingen plaatsvinden.

Leerlingen leren de deeltafels tot en met 10 te memoriseren.

Dit is geen bovenbouwstof, maar gaat samen met het leren vermenigvuldigen in de onderbouw.

Bouwsteen VO onderbouw
Leerlingen leren machtsverheffen, worteltrekken en logaritmen te berekenen.

Maar in alle gevallen tegelijk ook een oriëntatie op en koppeling met de toepassing daarvan: wanneer gebruik je deze vaardigheden en wat leveren die dan op? Zonder dat perspectief is het niet motiverend en geeft het geen richting aan het oefenen.

Waarom kun je $\sqrt{2}$ niet als een breuk schrijven?

Toch wel als tiendelige breuk, oftewel een decimaal getal?

Men name in het vmbo is het van belang om de rekenvaardigheden te onderhouden en te blijven toepassen in probleemsituaties en binnen de beroepsgerichte vakken. Het is belangrijk dat er afstemming plaatsvindt tussen de vakken Rekenen en Wiskunde, waar de bewerkingen worden aangeleerd en geoefend en de overige vakken waarin gerekend wordt (Rekenbewust vakonderwijs).

Doe dit niet zo gescheiden: niet eerst kaal leren en pas later toepassen, maar geef direct ook perspectief op de toepassing en dus op het nut ervan. Dat bevordert het begrip en stimuleert het leerproces.

In de opbouw van de bouwsteenset is de complexiteit terug te zien in:
- eerst basisbewerkingen, dan andere bewerkingen;
- eerst bewerkingen met gehele getallen, dan met decimale getallen, vervolgens met breuken en irrationale getallen en logaritmen;

Als je eerst de decimale getallen behandelt en pas daarna de breuken, dan moeten de kinderen wel snappen dat wat rechts van de komma staat ook een breuk is!

Het is voor alle leerlingen essentieel dat ze zich op hun eigen niveau kunnen ontwikkelen op het gebied van Bewerkingen. Dat betekent dat het aanbod afgestemd dient te zijn op hun vaardigheid en mogelijkheden.

Het gaat zowel om voorkennis, als vaardigheid en mogelijkheden. Dit betekent bv. niet beginnen met vermenigvuldigen en delen als de optellingen en aftrekkingen tot 100 nog niet zijn geautomatiseerd. De consequentie is dat klassikaal onderwijs niet past, doordat kinderen op ten minste die drie aspecten verschillen.

Bouwsteenset 2.1: Verhoudingen

In de eerste leerjaren leren leerlingen door het opdoen van ervaringen (kwalitatieve) verhoudingen te herkennen en deze te verwoorden: 'dit bed is veel te klein voor deze beer' of 'hij heeft meer potloden dan ik'. Later leren ze te redeneren over kwalitatieve verhoudingen: 'hoe groot moet het bed voor de beer dan zijn zodat hij er wel in past?' Leerlingen maken daarna de stap naar getalsmatige verhoudingen zoals 'er zitten twee keer zoveel meisjes in het groepje dan jongens'.

Dit gebeurt al veel eerder, doordat het meeste speelgoed (poppen, dieren, autootjes, bouwconstructies, fietsjes, kleding, enz.) kleiner is dan wat het voorstelt in het echt of dan bij volwassenen.
Ook de overstap van een wieg, naar een kinderbed of van een kinderbed naar een 'echt' bed is zo'n ervaring met verhoudingen.

Leerlingen leren betekenis te geven aan breuken als weergave van een verhouding (deel van de mensen …), aan procenten en aan schaal en er in dagelijkse situaties berekeningen mee uit te voeren.

Als het over een deel van een geheel of een totaal gaat, is dat niet anders dan bij de intro van breuken. In dit voorbeeld is het dan ook nog eens 2/3 van het aantal

mensen, of 2 op de 3 mensen (had een bril op), maar het kan ook zoiets betekenen als 2/3 van een mens (bestaat uit water). Precies formuleren is nodig.

Hier hoort misschien ook de aandacht voor het type bewerkingen dat bij verhoudingsgetallen wel en niet mogelijk is en waarom dat zo is.

Ook toevoegen het verschil tussen een stijging van 5% en een stijging van 5 procentpunt.

Bouwsteenset 3.1: Meten

Jonge kinderen maken kennis met meten door allereerst ervaring op te doen met vergelijken, ordenen en classificeren op basis van grootheden zoals lengte, gewicht, inhoud, tijd. Tegelijkertijd ontwikkelen ze hierbij ook een (wiskunde)taal: Wie heeft de grootste schoenen?
De jonge kinderen leren meten met natuurlijke maten (met informele meet-instrumenten zoals 'stappen') en de noodzaak van het meten met standaardmaten (met formele meetinstrumenten, zoals een meetlint). Ze leren hierover redeneren in eenvoudige probleemsituaties.

Hier staat het beter geformuleerd dan in de bouwsteen. Meten als vergelijken en ordenen, vanuit een informele naar een gestandaardiseerde aanpak. Hierbij vraagt elke keuze weer om een beredeneerde onderbouwing. Dit betekent ook dat er steeds weer wat te kiezen (en verantwoorden) is en dat de opdrachten niet dichtgetimmerd moeten zijn.

Bouwsteenset 3.2: Vorm en ruimte

Leerlingen leren dat meetkundige figuren objecten zijn (een vel papier is een rechthoek), waarvan de eigenschappen van belang zijn.

Hier is een zorgvuldige formulering weer belangrijk: het A4'tje heeft de vorm van een rechthoek, want het heeft vier zijden en de hoeken zijn 90 graden.

Leerlingen leren:
- oppervlakte te berekenen met behulp van een formule van:
  - o een rechthoek en vierkant;
  - o rechthoekige samengestelde figuren;
  - o de totale oppervlakte van (de vlakken van) een balk of kubus.

Dit moet wel gebaseerd zijn op het inzicht dat het bepalen van de oppervlakte bestaat uit het bedekken van een oppervlak met vierkantjes van 1x1; hoeveel passen er dan in de lengte en hoeveel in de breedte? Dat is meer dan het slechts aanleren van de formule lxb!

Bouwsteenset 4.1: Verbanden, verschijningsvormen, vergelijkingen

Leerlingen leren regelmaat te herkennen in een serie getallen en deze regelmaat in woorden te beschrijven en voort te zetten.
Te denken valt aan een rij als: 99, 97, 95, … wat is dan het volgende getal? Hoe weet je dat?

Gaat het dan alleen om regelmaat of om de onderliggende afspraak, zoals kinderen met elkaar afspreken dat ze alleen op de witte banen van de zebra mogen lopen...

In de onderbouw van het voortgezet onderwijs leren leerlingen verschijningsvormen van verbanden in elkaar om te zetten.

In elkaar om te zetten???? Wordt bedoeld: de gegevens uit de ene vorm om te zetten in een andere vorm?

Het OT vindt het heel belangrijk dat het aanbod elk moment aansluit op het niveau van elke leerling.

Als met 'hun niveau' niet een etiket voor leerlingen wordt bedoeld, maar de fase in het leerproces die op dat moment voortbouwt op hun verworven inzichten, kennis en vaardigheden, dan geldt dit hopelijk voor alle onderdelen van dit vak!!!

Bouwsteenset 4.2: Speciale verbanden

Het herkennen en voortzetten van patronen met vaste toe- of afname is de kern van speciale verbanden in de onderbouw van het po. Als er 1 leerling bij komt in de groep, staan er 2 extra schoenen in de gang. Elke hand extra, zijn 5 vingers meer. Maar ook 1 auto minder, betekent 4 wielen minder.

Waarom is dit niet een onderdeel van 4.1? Het principe is niet essentieel anders: ze moeten (de afspraak achter) een patroon herkennen. Of je er steeds 2 aftrekt of het steeds door 2 deelt is niet essentieel anders.

In de bovenbouw van het po leren leerlingen ook andere soorten regelmaat. Naast de vaste toe- of afname worden nu ook verbanden beschouwd waarbij er steeds met hetzelfde getal vermenigvuldigd wordt of waarbij er door hetzelfde getal gedeeld wordt.

Ook dit is hetzelfde principe als in 4.1, alleen met een andere bewerking. Als het aansluit op de voorkennis, is dat niet iets anders.

Bouwsteenset 5.1: Kansen en kansverdelingen

Het is nog een onbewust leerproces waarbij het ervaren centraal staat. Denk hierbij aan het spelen van dobbelspelletjes en nadenken over de kans van bepaalde worpen in termen als 'eerlijk', 'niet eerlijk'. Tevens wordt er op ervaringsniveau gewerkt met combinatoriek denk hierbij bijvoorbeeld aan mogelijkheden bij kledingkeuzes.

Het gooien met twee dobbelstenen is dan ook combinatoriek…

In de hogere leerjaren van het worden de activiteiten uit de onderbouw voortgezet. Deze worden uitgebreid met het doen van kansexperimenten, het toepassen van kansbegrip en erover te redeneren. Begrip van breuken als verhouding en procenten is hiervoor noodzakelijk.

Kansberekening is hier een toepassing van het gebruik van verhoudingsgetallen, zoals procenten; daarom moeten leerlingen hiermee vertrouwd zijn en niet slechts met breuken.

Bouwsteenset 5.2: Data en statistiek

In de hogere leerjaren van het basisonderwijs maken de leerlingen kennis met nieuwe en met complexere grafische representaties en leren ze zelf eenvoudige grafische representaties (infographics) te maken al dan niet met behulp van ICT. Ze leren rekenen met de centrummaten gemiddelde, modus en mediaan en de uitkomsten te interpreteren. Daarnaast ontwikkelen de leerlingen een kritische houding ten opzichte van data door gegevens, grafische representaties en daarbij getrokken conclusies te schatten op waarheid (fact-checking).

Hier zou het ervaren van de toepassingsmogelijkheden eerst aandacht moeten krijgen. Waarom zou je dat allemaal willen leren als niet duidelijk is waarvoor je dat kunt gebruiken? Het idee dat je eerst feiten moet kennen voordat je iets over toepassen hoeft te weten, klopt niet met hoe leerprocessen gaan. Motivatie helpt, want kinderen leren wiskunde niet voor een toets maar voor het gebruik.

Bouwsteenset 6.1: Veranderingen

In de eerste leerjaren van het primair onderwijs wordt een basis gelegd als het gaat om veranderingen. Het gaat hier vooral om het herkennen van veranderingen en hierover te communiceren en redeneren. Een kind helpt mee tafeldekken en weet dat er elke dag 4 mensen aan tafel zitten, maar als er twee mensen meer komen eten dan weet het ook dat er van alles twee meer nodig zijn: twee borden, bekers, messen en vorken en dat er meer brood nodig is. Zo ook als er minder mensen aan tafel zullen zitten. Het kind ervaart al op jonge leeftijd wat het betekent als aantallen af- of toenemen.

Dit is toch de basis van alle bewerkingen? Elke bewerking is toch het uitvoeren van een verandering? In 4 ging het al over veranderingspatronen. Wat voegt 6 dan toe?

in voorkomende gevallen absolute en relatieve veranderingen te herkennen (de prijs neemt met € 30,- respectievelijk 20% af), van elkaar te onderscheiden en te gebruiken.

Dit is onderdeel van het werken met verhoudingen: wanneer gaat het over concrete hoeveelheden en wanneer alleen over de verhouding daartussen? Dit moet je niet apart zetten, maar juist integreren.

Bouwsteenset 6.2 Benaderingen

De basis voor schatten en benaderen ligt in de onderbouw van het primair onderwijs. In de eerste leerjaren maken leerlingen kennis met schatten en afronden (voor afronden zie bouwsteen 1.2), voornamelijk in de context van het omgaan met hoeveelheden. Zo leren ze bijvoorbeeld dat je bij een vraag als 'Waar zijn er de meeste van?' niet altijd precies hoeft te tellen om tot een antwoord te komen. In de context van getallen leren ze nadenken over de grootte van getallen 'ligt 28 dichter bij 20 of 30?'

Dit is onderdeel van het werken met getallen en de opbouw van het getallen-systeem: het afronden van getallen en het schatten met getallen gaat in principe over hetzelfde, mits het redeneren steeds hierbij wordt meegenomen.
Ook nu zou weer moeten gelden: niet apart zetten wat geïntegreerd moet zijn.

De leerlingen leren een keus te maken tussen exact en schattend rekenen afhankelijk van de situatie.

Het gaat hier vooral om de argumenten, om het onderbouwd beredeneren, niet slechts om de keus. Dit betekent dat vanuit concrete toepassingen (vanuit nieuwsberichten of bij andere vakken) kinderen bij het kennismaken met en leren hanteren van dit verschil steeds de argumenten moeten achterhalen wanneer precies en wanneer ongeveer passend is. Dus… integreren en niet apart zetten.

Bouwsteenset 7.1: Gereedschap en technologie gebruiken

Dit vraagt wel om integratie en moet niet leiden tot aparte lessen over alleen het gereedschap of de technologie. Wel kan een instructie over het noteren van een formule binnen bv. Excel uitgelegd worden, maar dat kunnen ze ook in een bron zelf opzoeken. Onderscheid wat middel is en wat doel, want vorm volgt functie.

Bouwsteenset 8.1: Probleemoplossen

Het gaat om herkenning, om analyse, om interactie en out-of-the-box-denken en dus ook om het benutten van voorkennis en het gebruik van de juiste termen. Dit vraagt om samenwerkend leren of om samenlerend werken. Probleemoplossen kun je niet isoleren als een doel op zich. Het is een voornaam middel om wiskundig bezig te kunnen zijn. Dit kan alleen in nauwe samenhang met wat in andere bouwstenen staat beschreven.

Bouwsteenset 9.1: Abstraheren

Kinderen zijn van nature geneigd om overeenkomsten te zoeken: 'Kijk, de maan is een rondje, net als de tafel'. Ze leren dat in verschillende vormen (lamp, kopje, rotonde) 'een cirkel' te herkennen is en gaan het woord cirkel zelfstandig gebruiken. Zo is een cirkel een abstract denkobject geworden. In de eerste jaren van het onderwijs zijn leerlingen ook intensief bezig met hoeveelheden en getallen. Ze leren een hoeveelheid van zeven weer te geven met het getal 7, deze 7 los te gebruiken van contexten en erover te denken en redeneren. We zeggen dan dat 7 een denkobject geworden is. Leren abstraheren is essentieel voor het leren van wiskunde.

Dit is toch vooral een kwestie van woordenschatuitbreiding. Verschijnselen (kleuren, vormen, relaties, enz.) hebben een naam. Appels, peren en bessen horen bij 'fruit'. Je kunt zowel over 'appels' als over 'fruit' praten, zonder daar direct een bepaald exemplaar mee te bedoelen. Toch speelt de betekenis steeds mee en kunnen kinderen het onderscheid tussen een appel en een peer niet alleen zien, maar ook benoemen als die niet te zien zijn. Dat is bij zes of twaalf niet anders. We betwijfelen of je dat al abstraheren moet noemen. Er is sprake van 'hogere' begrippen: soort- of verzamelnamen. Die zijn altijd te verbinden met concrete situaties en ook te onderscheiden van andere begrippen. De daartoe behorende elementen zijn te onderscheiden in die wel of die niet tot die 'verzameling' behoren. Door dit verschijnsel te verbinden met taalontwikkeling, maak je het niet zo bijzonder en ontneem je kinderen niet de kans om ermee kennis te maken of ermee aan het werk te gaan, doordat hun leraren bij 'abstractie' denken aan 'moeilijk'.

In deze fase zetten leerlingen de stap om de denkobjecten uit fase 1 en 2 op een nog hoger abstractieniveau te bekijken en te benoemen. Een cirkel, kubus, balk, en bol zijn allemaal ruimtelijke figuren. Bovendien maken ze kennis met het verschijnsel dat het denkobject breuk bijvoorbeeld 3/5 als een deling gezien kan worden maar ook als een getal.

Cirkel, kubus, enz. zijn de namen van zo'n vorm. Zo kun je ook auto's onderscheiden en merk en type noemen als de naam van een bepaald model. Waarom doe je bij namen uit de wiskundige context alsof dat iets bijzonders is?

Hoe die breuk betekenis krijgt wordt bepaald door de context waarin die breuk wordt gebruikt en door de invulling die kinderen aan het begrip 'breuk' hebben leren

geven. Dat is dus niet iets dat achteraf opduikt, maar iets dat bij de introductie al moet zijn geïntegreerd: een breuk ontstaat doordat iets wordt verdeeld in gelijke stukken en een combinatie van een of meer van die stukken krijgt daardoor zo'n naam. Dat is niet iets aparts, dat hoort bij het verwerven van die betekenis en is dus weer woordenschat: zo noemen we dat.

Bouwsteenset 10.1: Logisch redeneren

Dit aspect kwam hiervoor ook al aan de orde, bv. bij probleemoplossen. Dat lukt niet zonder logisch redeneren. Waarom dan beide bouwstenen apart zetten, als ze zo nauw verbonden zijn. Dat suggereert eerder een taakverzwaring dan een taakverlichting, terwijl het wel verlichtend kan werken als je kinderen eraan went dat ze dergelijke verbindingen voortdurend zelf inzetten en je dat als leraar ook steeds zelf demonstreert (en benoemt).

Ook binnen rekenen komen de eerste logische redeneringen aan bod. Te denken valt aan redeneringen als “als twee erbij drie gelijk is aan vijf, dan is vijf eraf drie gelijk aan twee”.

Dat is niet de redenering van kinderen op dat ontwikkelingsniveau. 'Als ik drie bij twee doe heb ik vijf en als ik die drie er weer aftrek, heb ik weer twee.' lijkt logischer, want dat sluit aan bij hoe getallen en bewerkingen aan de orde zouden moeten komen.

Ook leren ze op basis van voorbeelden vermoedens te uiten en deze te staven aan de werkelijkheid. Te denken valt aan redeneringen als “Zijn grote dingen altijd zwaarder dan kleine dingen?”.

Het gaat er niet zozeer om dat dit bestaat, maar dat het essentieel is dat kinderen vanaf het begin van elk leertraject steeds weer moeten redeneren en niet alleen antwoordjes noteren. Dat betekent dat leren rekenen veel mondeling en met een of twee maatjes moet gebeuren en niet steeds individueel schriftelijk of klassikaal elkaar napratend of antwoordjes gevend op gesloten vragen (al dan niet via wisbordjes...).

Leerlingen leren op basis van ervaringen logische uitspraken te doen.

Dat leren ze alleen als dat normaal en functioneel is in de rekenlessen en niet als het de indruk wekt overbodig of vertragend te zijn, omdat de taak af moet en de antwoorden nagekeken.

Ten slotte zijn de inhouden waar logische redeneringen op worden toegepast complexer. Leerlingen leren uitspraken die verkregen zijn door abstraheren te staven of te weerleggen. Te denken valt aan “Is er bij elke keersom een deelsom te maken?” of “Zijn alle kubussen balken of zijn alle balken kubussen?”

is een vermenigvuldiging om te zetten in een deling? Het gaat niet om een sommetje, maar om de betekenis daarvan. Kinderen moeten steeds perspectief houden op de toepassing buiten de rekenles. Dat vraagt zorgvuldige formulering in het curriculum…

Bouwsteenset 11.1: Representeren en communiceren

In de eerste leerjaren is er veel aandacht voor het representeren van hoeveelheden en aantallen in woorden, beelden en getalsymbolen. De focus ligt hier op het gebruik van de juiste begrippen in wiskundetaal. Ook leren leerlingen communiceren met elkaar over bijvoorbeeld hoeveelheden of over hoe je eerlijk kunt meten.
Dit representeren en communiceren leren ze binnen alle inhouden die in deze fase worden aangeboden.

Dat zou inderdaad wenselijk zijn, maar dat vraagt een andere invulling van de onderwijspraktijk: van klassikaal hetzelfde en individueel schriftelijk naar mondeling samenwerken in kleine groepjes, zodat ieder genoeg aan het woord kan komen en aandacht krijgt. Dit moet wel ergens benadrukt worden, want dit is niet voor elke leraar vanzelfsprekend…

De leerlingen leren een passende representatie te kiezen in een gegeven situatie. Te denken valt aan het weergeven van maten (10 000 meter als afstand bij schaats-wedstrijden, maar 10 kilometer als afstand bij een autorit), het weergeven van grote getallen met 'miljoen' en 'miljard' of uitgeschreven in cijfers, de keuze voor een bepaald diagram om gegevens weer te geven.

Of dat passend is, blijft de vraag. Daarom is misschien de vraag meer waarom dat onderscheid in gebruikte maat wordt gemaakt, terwijl de afstanden evenlang zijn. Datzelfde geldt voor de keuze van een diagramtype: wanneer gebruik je welk type en waarop baseer je die keuze? Het gaat ook hierbij weer niet om het goede antwoord, maar om de argumenten en het getoonde inzicht daarachter.

Bouwsteenset 12.1: Modelleren

In deze fase gaat modelleren over het beschrijven van een situatie met behulp van reken-wiskundetaal en symbolen. Leerlingen leren schematische tekeningen te maken bij situaties en met behulp daarvan vragen te beantwoorden. Tot slot vertaalt de leerling het antwoord terug naar de concrete situatie. In deze fase beperkt het wiskundig modelleren zich tot het domein getallen en bewerkingen. Een belangrijk aspect van modelleren is een vereenvoudiging van de werkelijkheid, waardoor het antwoord kan afwijken van het werkelijke antwoord. Dat is in deze fase niet of nauwelijks aan de orde.

Hier gaat het dus om het leggen van een basis. Niet om een fase die daarna weer voorbijgaat, want ook later is het kunnen terugvertalen van de gevonden oplossing

naar de aanleiding om wiskundetaal en -symbolen te gebruiken en modellen te tekenen, nog erg belangrijk.
In de bovenbouw gaat het ook om kritisch denken, zorgvuldig communiceren, logisch redeneren, enzovoort, om op de juiste wijze modellen en symbolen te gebruiken binnen de contexten die zich voordoen.

Bouwsteenset 13.1: Algoritmisch denken

… hele jonge kinderen …

Dit is spreektaal. Bijwoorden vervoegen we niet in schrijftaal: heel jonge kinderen.

In deze eerste fase gaat het er niet alleen om dat kinderen kennismaken met 'vaste volgordes', maar ook dat ze de noodzaak hiervan (h)erkennen.
Dit is een eerste kennismaking met 'algoritmisch denken'.

Dit hangt ook samen met enkele executieve functies die zich op die leeftijd beginnen te ontwikkelen en is dus niet slechts een wiskundig verschijnsel...

Algoritmisch te denken in samenhang met de wiskundige inhouden uit fase 1 en in samenhang met de andere denk- en werkwijzen. Te denken valt aan jonge kinderen die een route maken voor een robotje door te programmeren.

Vraagt dit niet juist om creatief, out-of-the-box-denken? Moeten ze niet juist dan dat vaste algoritmisch denken leren herkennen en doorbreken?

Abstraheren	Het uit probleemsituaties isoleren van specifieke overeenkomsten en verschillen, zodat deze als nieuwe, opzichzelfstaande entiteiten kunnen worden onderzocht. **Het los van een concrete toepassing gebruiken van begrippen en symbolen en de overeenkomsten en verbanden daartussen. Wat is geabstraheerd kan ook altijd weer worden geconcretiseerd in een passende toepassing.**
Automatiseren	Het vrijwel routinematig uitvoeren van rekenhandelingen. **Niet alleen routinematig, maar ook zo efficiënt mogelijk.**
Begripsvorming	Het verwerven van inzicht met betrekking tot een concept. **Inclusief het verband met andere concepten enerzijds en met de toepassingsmogelijkheden anderzijds.**

Denkniveau Handelingsniveau	Geeft weer in welke mate een bekwaamheid in leerlinggedrag zichtbaar is of moet zijn. **Handelingsniveau gaat vooral om verschillen in concretisering tussen concreet handelen en abstract weergeven met symbolen en uitvoeren via formules.** **Denkniveau gaat vooral over de verschillen tussen enerzijds specifiek en concreet en anderzijds vanuit overzicht en toepasbaarheid vanuit een systeembenadering.**
Formeel rekenen	Rekenen dat als voorkennis voor wiskunde dient. **Rekenen als het uitvoeren van een procedure, dat enerzijds ook door een rekenapp kan worden uitgevoerd en anderzijds verder geabstraheerd wordt binnen de wiskunde.**
Functioneel rekenen	Rekenen dat dient om situaties uit de praktijk het hoofd te bieden. **Toepassing van de rekenvaardigheid (buiten de rekenles); dit is de reden dat je leert rekenen.**
Gegevens of data	Onbewerkte letters, cijfers en andere of andersoortige symbolen die *voor iemand geen betekenis hebben*. **die een betekenisvolle oorsprong hebben en/of waaraan door specifieke ordeningen betekenis kan worden toegekend.**
Leerlijn	Een beredeneerde opeenvolging van leerdoelen, inhouden en wiskundige denk- en werkwijzen die leidt tot een bepaald einddoel. **Het gaat om een ordening van leerdoelen / leerstofinhouden. Die volgorde hangt mede af van de voorkennis van een leerling en van de herkende samenhang tussen leerstofonderdelen.**
Memoriseren	Het uit het hoofd leren (inprenten) en kunnenreproduceren van rekenfeiten, zoals optellingen tot twintig en de tafels van vermenigvuldiging. **Maar wel steeds inclusief het antwoord, want anders wordt het een toets of een opgave voor automatiseren.**
Som	Wat je krijgt als je twee getallen (termen) optelt. **Het resultaat van een optelling (ongeacht het aantal getallen).** **Waarom staat 'verschil' niet ook in de lijst?**

Toepassing	Gebruik van kennis, inzicht en denk- en werkwijzen om een probleem in een bepaalde praktijksituatie op te lossen. **De hoofdreden dat je leert rekenen.**

In de literatuurlijst ontbreekt:
Janson, D.J. (2017). Rekenonderwijs kan anders. Midwolda: Leuker.nu
Hierin wordt juist de samenhang van de inhouden benadrukt en beschreven.

Tot slot willen wij nog het volgende benadrukken. Het vervolg van Curriculum.nu gaat over de verdere uitwerking en de implementatie. Het succes van Curriculum.nu staat of valt daardoor met een speerpuntenontwikkeling in de praktijk, try-outs gericht op de inhoud, in het bijzonder op de samenhang van de inhoud en de doorlopende leerlijnen in het curriculum, als de samenhang tussen de inhouden en houdings- en gedragscomponenten die met deze inhouden moeten zijn om het tot wiskundig denken en handelen te maken in een wereld waarin getallen een zeer belangrijkrijke rol spelen.
In de conceptvoorstellen van Curriculum.nu wordt terecht aandacht gevraagd voor onderzoeksactiviteiten van leerlingen, voor samenhang van inhouden en voor doorlopende leerlijnen. Maar als je wilt dat leerlingen onder goede leiding bijvoorbeeld dataverzamelingen gaan 'onderzoeken' op hun specifieke kenmerken, moet de leraar zelf ook zicht hebben op gedetailleerde doorlopende leerlijnen en uitgekiende leerstof (met passende didactische aanpakken). En niet alleen van de leerlijnen in het po.
Ook is het zaak dat die leraar kan inspelen op en verbindingen (laten) leggen met soortgelijke problemen in diverse andere vakgebieden, zodat leerlingen de samenhang en de gevarieerde toepasbaarheid van bv. statistische fenomenen kunnen ervaren.
Try-outs in de schoolpraktijk van alledag zijn in deze volgende fase van de curriculumontwikkeling onmisbaar om die doelen te bereiken en om de leraren [perspectief te bieden op die beschreven praktijk.
Dit verband is misschien een open deur voor velen van ons, maar vermoedelijk niet voor degenen die straks belangrijke beslissingen gaan nemen over het vervolg. Daarom ons pleidooi om dit expliciet aandacht te geven en te verbinden met de kans van slagen.

Namens het bestuur van de NVORWO

Dolf Janson
secretaris